

مطالعه کوارک محصور شده با استفاده از هولوگرافی

کاظم بی تقصیر قَدافن^۱
مریم کریمی جعفری^۲
محمد رضا سرکرده‌ای^۳

تاریخ دریافت: ۹۴/۷/۱۱

تاریخ تصویب: ۹۴/۹/۳

چکیده

در سال ۱۹۶۴ میلادی پیشنهادی داده شد مبنی بر این که تمام هادرون‌ها (باریون و مزون) از اجزای بنیادی تری به نام کوارک تشکیل شده‌اند. این ذرات توسط گلوئون‌ها درون هادرون مقید هستند. سرانجام دانشمندان به دلیل ناکامی آزمایش‌ها برای تولید کوارک‌های آزاد مفهوم حبس کوارکی را مطرح کردند. در این تحقیق ما به بررسی یک کوارک محصور^۴ با استفاده از تناظر AdS/CFT پرداخته‌ایم. در تناظر AdS/CFT و در زمینه

^۱ دانشیار فیزیک، دانشگاه شاهرود؛ kbitaghsir@gmail.com

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه شاهرود

^۳ دانشیار فیزیک، دانشگاه الزهراء

محصورشده، در بُعد هولوگرام یک برش را در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه ریسمان به بی‌نهایت نرسیده و مجانب با این برش می‌شود. اگر یک جفت کوارک و پاد کوارک جدا با فاصله L را روی مرز در نظر بگیریم می‌توان گفت ریسمان کشیده شده نیمی از نوار شار میان کوارک‌هاست. هنگامی که فاصله بین کوارک و پاد کوارک را به بی‌نهایت میل دهیم پیکربندی ریسمان جهت نوار شار را نشان می‌دهد. در این بررسی با مقایسه کوارک آزاد و محصور شده نشان داده می‌شود که ریسمان از حالت خط مستقیم (در مورد کوارک آزاد) تغییر شکل می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: تناظر AdS/CFT، زمینه محصور، کوارک‌های سنگین.

۱. مقدمه

با برخورد دادن یون‌های سنگین نسبی، پلاسمای کوارک-گلوئون^۱ تشکیل می‌شود؛ پلاسمای کوارک-گلوئون در واقع نوعی پلاسماست که در دما و فشار بسیار بالا تولید می‌شود. کوارک‌ها و گلوئون‌ها در این محیط می‌توانند به صورت آزاد وجود داشته باشند [1] و [2]. مشخص شده است که ثابت جفت‌شدگی در این محیط قوی است و ابزار اختلالی برای مطالعه آن ناتوان است. به تازگی رهیافت تازه‌ای برای مطالعه این محیط پیشنهاد شده است که استفاده از هولوگرافی یا تناظر AdS/CFT است. فضا-زمان AdS پاسخ معادلات اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی منفی است. CFT نیز یعنی نظریه میدان همدیس که ویژگی‌های متفاوتی با نظریه میدان معمولی دارد و در آن با تغییر مقیاس فیزیک یکسان باقی می‌ماند، گرچه شباهتی با نظریه QCD ندارد ولی مطالعات نشان

¹ Quark-Gluon Plasma

می دهند که در فاز پلاسمای کوارک گلوئون شباهتها بسیار بیشتر می شوند و هدف این است که با استفاده از این تناظر بتوان رفتارهای کلی آن را مطالعه کرد.

طبق تناظر AdS/CFT دوگان یک کوارک تک ریسمانی است که در بعد شعاعی هولوگرام گسترده شده است. این بعد را می توان به انرژی نسبت داد؛ مرز، جایی که بعد هولوگرام بی نهایت است از دید نظریه میدان متناظر با انرژی بالا یا UV و جایی که این بعد به صفر می رود متناظر با انرژی های کم یا IR می باشد. به طور مثال کوارک درون پروتون دارای یک حد انرژی است، یعنی تا زمانی که انرژی کوارک به بیش از این مقدار نرسد داخل پروتون محبوس خواهد ماند. به عبارتی کوارک ها در نتیجه نیروی هسته ای قوی که میان آن ها و گلوئون ها برقرار است، کاملاً به یکدیگر مقید بوده و نمی توانند از هادرون خارج شوند. پس درون فضا یک برش قرار می دهیم که برای انرژی های پایین حد می گذارد. بنابر هولوگرافی کوارک محصور باید به صورت ریسمانی کلاسیکی بررسی شود که از مرز شروع شده و در فضای حجم ۱ محصور شده قرار دارد.

ابتدا یک کوارک آزاد در پلاسمای کوارک-گلوئون را مطالعه می کنیم که دمای غیر صفر دارد. طبق تناظر AdS/CFT وجود دما متناظر با سیاهچاله ای در فضای حجم می باشد. متریک سیاهچاله عبارتست از:

$$f(r) = 1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^4 \quad (1)$$

$$dS^2 = \frac{r^2}{R^2} [-f(r) dt^2 + d\vec{x}^2] + \frac{R^2}{f(r)r^2} dr^2 + R^2 d\Omega_5^2$$

که در آن r_0 افق سیاهچاله، I بعد هولوگرام، R شعاع کره S^5 (بعد فشرده)، \vec{x} و t چهار بعدی هستند که نظریه میدان با آن ها وابستگی دارد. کنش ریمان با کنش نامبو-گوتو^۳ داده می شود:

$$S = T_F \int d\sigma \int d\tau L = T_F \int d\sigma \int d\tau \sqrt{-\det g_{ind}} \quad (2)$$

¹ Bulk space

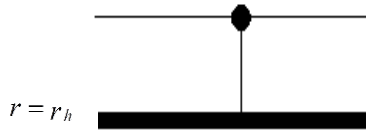
² Blackhole

³ Nambu-Goto action

که در آن $T_F = -\frac{1}{2\pi\alpha'}$ کشش ریسمان، α' به طول ریسمان بنیادی وابسته است^۱ و g_{ind} متریک القایی بر روی جهان سطح ریسمان می‌باشند. σ و τ پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند. متریک القایی با فرمول زیر داده می‌شود:

$$g_{ab} = \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu G_{\mu\nu} \quad (۳)$$

که اندیس‌های $\mu, \nu = t, x_i, r$ و $a, b = \tau, \sigma$ هستند. انتظار بر این است که ریسمان متناظر با کوارک ساکن می‌بایستی از مرز تا افق به صورت مستقیم امتداد یافته باشد. چرا که اگر کوارک حرکت کند مقاومتی حس می‌کند و بنابر هولوگرافی شکل ریسمان هم تغییر می‌کند. ولی ابتدا فرض می‌کنیم که ریسمان خمیده باشد و به بررسی معادلات حرکت می‌پردازیم.



شکل ۱. کوارک ساکن در مرز نشان داده شده است. در فضای حجم سیاهچاله است.

طبق هولوگرافی ریسمان کلاسیکی متناظر به طور مستقیم رسم شده است مختصات فضا-زمانی با استفاده از پیمانه^۲ ایستا^۲ به شکل رابطه (۴) می‌باشد:

$$X^\mu = (t = \tau, x = \xi(r), r = \sigma) \quad (۴)$$

با توجه به رابطه (۳) کشش نامبو-گوتو به شکل زیر به دست می‌آید:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{(\dot{x} \cdot x')^2 - \dot{x}^2 x'^2} = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma b^2(r) \sqrt{f(r) |\xi'(r)|^2 + 1}$$

از آنجا که کشش تنها به ξ'_i وابسته است با توجه به معادله حرکت زیر:

^۱ α' با مربع طول ریسمان، l_s متناسب می‌باشد.

^۲ Static Gauge

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial L}{\partial \xi'} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

مقدار عبارت $\frac{\partial L}{\partial \xi}$ برابر صفر است، بنابراین نتیجه می‌شود:

$$\xi' = \frac{\pi}{2 \sqrt{r^4 f^2(r) - \pi^2 f(r)}} \quad (7)$$

که در آن $\pi = \frac{\partial L}{\partial \xi'}$ ثابت حرکت می‌باشد. یکی از پاسخ‌ها به ازای ثابت حرکت صفر است یعنی $\frac{\partial L}{\partial \xi'} = \pi = 0$ ، بنابراین $\xi = cte$ است. در نتیجه مطابق شکل ۱، ریسمان به صورت یک خط مستقیم است که از مرز UV به IR گسترش یافته است. همان‌طور که گفتیم می‌توان بعد شعاعی هولوگرام را به انرژی نسبت داد، بنابراین ریسمان مستقیم بیان می‌کند که هیچ حدی برای انرژی کوآرک وجود ندارد.

۲. کوآرک آزمون در خلاء

حال با استفاده از هولوگرافی^۱ همین مسأله را در هندسه زمینه محصور شده بررسی می‌کنیم. یعنی فضای حجم را دارای یک برش در نظر می‌گیریم. به بیان دیگر با نسبت دادن شعاع هولوگرام به انرژی کوآرک می‌توان گفت محصور بودن فضای حجم متناسب است با حالتی که کوآرک درون هادرون قرار دارد. این مسأله در مرجع [3] به صورت کلی بررسی شده است. در این هندسه در شعاع $r = r_m$ یک برش داریم. دوگان کوآرک و پاد کوآرک، ریسمان بازی است که ابتدا و انتهای آن کوآرک و پاد کوآرک قرار دارند و در فضا-زمان به شکل U گسترش یافته است. بنابر نظریه کوانتومی رنگ، در نتیجه نیروی هسته‌ای قوی که میان کوآرک‌ها و گلوئون‌ها برقرار است، کوآرک تک در طبیعت یافت نمی‌شود. بنابراین برای بررسی ریسمان متناظر با یک کوآرک تنها می‌توان پاد کوآرک را در فاصله بی‌نهایت دور فرض کرد. بدین ترتیب در حدی که فاصله بین کوآرک و پاد کوآرک در امتداد یکی از جهات فضایی به بی‌نهایت برسد - به طوری که تصویر کوآرک (پاد کوآرک) مشاهده نشود - ریسمان به طور مجانبی به افق محصور r_m نزدیک

¹ Holographic

می‌شود. به بیان دیگر در یک سطح از بُعد هولوگرام، r ، یک افق محصور، r_m ، وجود دارد که ریسمان در نزدیکی آن خم می‌شود و به افق سیاهچاله نمی‌رسد. در نظریه میدان، r_m را می‌توان به حد انرژی کوارک درون هادرون تعبیر کرد. به عبارتی مجانب شدن ریسمان با شعاع r_m ، و عبور نکردن از آن بیان می‌کند که انرژی کوارک مقید درون هادرون از یک حد نمی‌تواند بیشتر باشد. اکنون با در نظر گرفتن متریک ویتن [4]، به عنوان مثالی از زمینه محصور، درستی این نتیجه را تحقیق می‌کنیم:

$$ds^2 = \left(\frac{r}{l}\right)^{3/2} \left(-dt^2 + d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2 + dx_3^2 + f(r) dx_4^2\right) + \left(\frac{l}{r}\right)^{3/2} \left(\frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega_4^2\right) \quad f(r) = 1 - \frac{r_m^3}{r} \quad (8)$$

نظریه میدان در مرز فضای AdS، با توجه به این متریک شامل یک بُعد زمانی، دو بُعد ρ, ϕ مختصات قطبی و دو بُعد در راستاهای x_3 و x_4 می‌باشد. پنج بُعد دیگر از ده بُعد فضا-زمان این متریک، یک بُعد هولوگرام r و ۴ بُعد فشرده به صورت Ω_4 می‌باشد.

جواب حدسی برای ریسمان ساکن در فضا-زمان به صورت زیر است:

$$X^\mu = (t = \tau, \rho(\sigma), y = 0, z = 0, r = \sigma) \quad (9)$$

در این رابطه ریسمان تنها در یک جهت X ، در نظر گرفته شده است و دو جهت Y و Z صفر فرض شده‌اند. همچنین در این رابطه از پیمانه ایستا استفاده شده است. σ و τ پارامترهای جهان سطح ریسمان هستند. برای مشتقات فضایی و زمانی X^μ داریم:

$$X'^\mu = (0, \rho', 0, 1) , \quad \dot{X}^\mu = (1, 0, 0, 0) \quad (10)$$

حال با در دست داشتن جهان سطح ریسمان و با استفاده از معادله (۲)، لاگرانژی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$L = \sqrt{\rho'^2 \left(\frac{r}{l}\right)^3 + \frac{1}{f(r)}} \quad (11)$$

بنابراین کنش برابر می‌شود با:

$$S = -\frac{1}{2\pi l_s^2} \int d\tau d\sigma \sqrt{\rho'^2 \left(\frac{r}{l}\right)^3 + \frac{1}{f(r)}} \quad (12)$$

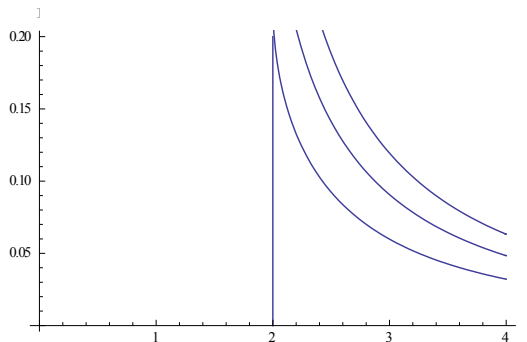
با توجه به معادله حرکت (۶)، ثابت حرکت π را معرفی می‌کنیم:

$$\pi = \frac{\partial L}{\partial \rho'} = \frac{\rho' \left(\frac{r}{l}\right)^3}{\sqrt{\rho'^2 \left(\frac{r}{l}\right)^3 + \frac{1}{f(r)}}} = cte \quad (13)$$

آنگاه ρ' به شکل زیر پیدا می‌شود:

$$\rho' = \frac{\pi}{\sqrt{f(r)} \sqrt{\left(\frac{r}{l}\right)^3 - \pi^2 \left(\frac{r}{l}\right)^{3/2}}} \quad (14)$$

با توجه به تعریف $f(r)$ ، زمانی که $r = r_m$ می‌باشد ρ' بی نهایت می‌شود، یعنی ریسمان دیگر مستقیم نیست و اگرچه کوارک ساکن است اما شکل ریسمان به صورت خمیده در می‌آید. این نتیجه با حالت کوارک آزاد ساکن، یعنی زمانی که کوارک‌ها به دلیل بالا بودن دما از قید یکدیگر آزاد شده‌اند، مانند پلاسمای کوارک-گلوئون، متفاوت است. رفتار ρ بر حسب r به ازای π های مختلف در شکل ۲ نشان داده شده است.

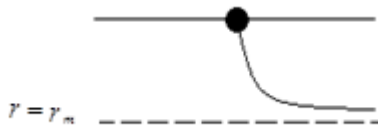


شکل ۲. نمودار ρ بر حسب r . از بالا به پایین $\pi = 1.95, 1.50, 1$ می‌باشد.

خط راست مربوط به زمانی است که ρ' بی نهایت است.

۳. نتیجه گیری

دوگان یک کوارک ساکن در AdS/CFT ریسمانی است که از مرز تا شعاع هولوگرام بی نهایت که متناسب با سیاهچاله است به صورت یک خط راست و مستقیم کشیده می شود. از آن جا که کوارک نیرویی حس نمی کند شکل ریسمان هم بدون تغییر است و راست و مستقیم می باشد که البته این نتیجه قابل انتظار است. به عبارتی اگر کوارک ساکن درون پلاسمای کوارک-گلوئون را در نظر گرفته و با استفاده از تناظر AdS/CFT آن را مطالعه کنیم، ریسمان متناظر با این کوارک، به صورت خط مستقیم تا افق سیاهچاله امتداد می یابد. ما همچنین کوارک آزمونی را در حالت سکون و در خلاء محصور بررسی کردیم. بنا بر نظریه کوانتومی رنگ که مربوط به دینامیک کوارک ها است، ما حد انرژی پایین را در نظر گرفته ایم. از طرفی طبق اصل حبس کوارکی، کوارک نمی تواند از هادرون خارج شود. با توجه به این مطلب با استفاده از تناظر AdS/CFT ثابت کردیم که این کوارک با یک ریسمان بی نهایت بلند متناظر است که از مرز تا یک شعاع ثابت r_m در فضای حجم خم می شود؛ در واقع برای معرفی حد انرژی پایین کوارک درون هادرون، از یک برش در فضا-زمان استفاده کرده ایم؛ و نشان دادیم ریسمان در یک زمینه محصور برخلاف انتظار خمیدگی دارد. شکل ۳، خلاصه ای از نتایج را نشان می دهد.



شکل ۳. کوارک ساکن در هندسه محصور شده

این ریسمان به طور مجانبی در طول یکی از جهات فضایی امتداد می یابد. در واقع کوارک محصور آزاد نیست و در این مورد همراه یک پاد کوارک است. در شکل ۳ پاد کوارک در سمت راست است. ریسمان خمیده باعث اتصال این دو است و محاسبه بالا نیز تأییدی بر همین نکته است. انرژی هر واحد طول در ناحیه مجانبی، همان کشش

ریسمان محصور در نظریه مرزی است. این ریسمان متناظر با نوار شار بی نهایت بین کوارک و پاد کوارک در مرز می باشد.

۴. منابع

[1] J. Casalderrey-Solaa, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, and U. Wiedemann; *Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions*; ArXiv: 1101.0618v2 [hep-th].

[۲] "مطالعه ریسمان باز در میدان غیر نسبیتی" نگارش: حسین برزه کار، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، شهریور ۱۳۹۱.

[3] E. Kiritsis, L. Mazzanti, and F. Nitti; *The confining trailing string*; Arxiv:1311.2611v1[hep-th].

[4] E. Witten; "Anti-de Sitter space, thermal phase transition, and confinement In gauge theories"; Arxiv: 9803131v2[hep-th].

[۵] "مطالعه ریسمان باز کلاسیکی در هندسه زمینه محصور شده" نگارش: مریم کریمی جعفری، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود، شهریور ۱۳۹۴.