

# Numerical Analysis of the Threshold Pumping Power and Threshold Gain of Er-Doped $\lambda/4$ -Phase Shited DFB Fiber Laser

M. Assari<sup>[1]</sup>, F. Shahshahani<sup>[1]</sup>

<sup>[1]</sup> Dept. of Physics, Alzahra University, Tehran, Iran.

Receive: 2011.10.12

Accept: 2012.02.11

## Abstract

*In this paper the threshold characteristics of an Er-doped  $\lambda/4$  phase-shifted DFB fiber laser have been studied theoretically. The main purpose of this analysis is to investigate the dependence of threshold pump power and threshold gain on the coupling coefficient. The numerical results show that threshold pump power and threshold gain of Er-doped DFB fiber laser decreases with increasing the normalized coupling coefficient,  $\kappa L$ . In this paper the gain margin of laser, the threshold gain difference between the main and side modes, has been evaluated. The obtained results show that the gain margin decreases with increasing of  $\kappa L$ . The gain margin is a single mode operation norm of laser. As a result, grating and coupling coefficient have important role in designing the DFB fiber lasers. Numerical calculations have been done by solving the rate equation and coupled wave equations simultaneously using transfer matrix method.*

## Keywords

Coupling coefficient;  
distributed feedback fiber laser (DFB FL);  
erbium-doped fiber laser;  
thresholdgain.

# بررسی عددی توان آستانه موج دمش و بهره آستانه لیزرهای تار نوری آلاییده به یون اربیم دارای ساختار DFB با انتقال فاز $\lambda/4$

مهناز عساری<sup>[1]</sup>، فاطمه شهشهانی<sup>[2]</sup>

<sup>[1]</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد گروه فیزیک دانشگاه الزهراء (س)؛ mahnaz\_assari@yahoo.com  
<sup>[2]</sup> استادیار گروه فیزیک دانشگاه الزهراء (س)

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۰۷/۲۰

تاریخ تصویب: ۱۳۹۰/۱۱/۲۲

## چکیده

در این مقاله وابستگی توان آستانه موج دمش و بهره آستانه‌ی یک لیزر تار نوری DFB آلاییده به یون اربیم با انتقال فاز  $\lambda/4$  به ضریب جفت‌شدگی بصورت تئوری بررسی شده است. نتایج محاسبات عددی نشان می‌دهد که توان آستانه موج دمش و بهره آستانه با افزایش ضریب جفت‌شدگی نرمالیزه،  $kL$ ، کاهش می‌یابند. همچنین اختلاف بهره آستانه مد اصلی و مد کناری نیز برای چند مقدار مختلف  $kL$  محاسبه شده است. میزان اختلاف بهره آستانه مد اصلی و مد کناری در لیزر، که در این مقاله با  $\Delta\gamma$  نشان داده شده است معیاری از تک مد بودن لیزر را بدست می‌دهد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با افزایش  $kL$ ،  $\Delta\gamma$  کاهش می‌یابد. لذا انتخاب توری و ضریب جفت‌شدگی مناسب نقش عمده‌ای در طراحی لیزر دارد. محاسبات با حل هم‌زمان معادلات نرخ و معادلات موج جفت شده و با استفاده از روش ماتریس انتقال انجام شده است.

**واژه‌های کلیدی:** بهره آستانه، ضریب جفت‌شدگی، لیزر فیبر نوری DFB، لیزر تار نوری آلاییده به یون اربیم.

## ۱. مقدمه

لیزرهای تار نوری آلاییده به یون عناصر خاکی نادر از جمله اربیم<sup>۱</sup>، ایتربیم<sup>۲</sup>، به دلیل مزایای فراوان

<sup>1</sup> Erbium (Er)

<sup>2</sup> Ytterbium (Yb)

از جمله کیفیت بالای پرتو خروجی، آستانه پایین، کوک پذیرگی در بازه وسیع، بازده بالا، اتلاف فیبری کم در طول موج ۱۵۵۰ نانومتر، طراحی و ساخت آسان دارای کاربردهای متنوعی از جمله کاربردهای نظامی، پزشکی، صنعتی و مخابراتی می‌باشند [۳-۱]. یکی از انواع لیزرهای تار نوری که اخیراً توجه زیادی به آن معطوف شده است لیزرهای تار نوری هستند که در ساختمان آنها توری‌های براگ به کار رفته‌اند و به‌طور کلی به دو دسته تقسیم می‌شوند. در یک دسته، توری براگ در دو انتهای تار نوری و خارج از ناحیه فعال ایجاد شده و از آن به‌عنوان بازتاب‌دهنده براگ استفاده می‌شود و در نوع دیگر توری داخل محیط فعال و در طول تار نوری ایجاد می‌شود. دسته‌ی اول *DFB-FL* و دسته‌ی دوم *DBR-FL* نامیده می‌شوند. در لیزرهای *DFB-FL* تغییرات تناوبی ضریب شکست در طول تار نوری سبب جفت‌شدگی امواج رفت و برگشت در طول تار شده است، در نتیجه نقش فیدبک موج نوری را به‌طور توزیع شده برعهده دارند. تغییرات تناوبی ضریب شکست در این لیزرها سبب عملکرد تک‌مد و گزینش فرکانسی می‌شود [۴]. به‌دلیل مزایای فراوان از جمله اندازه‌ی کوچک، پهنای خط بسیار باریک از مرتبه  $5\text{ kHz}$  [۵] و هزینه ساخت پایین، لیزرهای *DFB-FL* به‌طور گسترده در مخابرات نوری، حسگرهای نوری و بیناب‌نمایی لیزری کاربرد داشته [۶ و ۷] و در سال‌های اخیر مورد توجه فراوانی قرار گرفته‌اند از جمله بررسی آستانه و توان خروجی لیزرهای تار نوری *DFB* همراه با تغییر نمایه توری [۸]، بررسی رفتار حسگری لیزرهای تار نوری *DFB* [۹] و بررسی عملکرد لیزر با تزریق هم‌زمان دو نوع یون خاکی از جمله  $Er^{3+}$  و  $Yb^{3+}$  در غلظتهای بالا [۱۰]. عملکرد لیزرهای *DFB-FL* بسیار وابسته به مشخصات توری ایجادشده در داخل کاواک لیزر می‌باشد و معمولاً بررسی تئوری اثرات ساختار توری روی نحوه کارکرد لیزر تار نوری *DFB* با پارامتر مهم ضریب جفت‌شدگی صورت می‌گیرد [۱۱ و ۱۲]. در این مقاله وابستگی توان آستانه موج دمش، بهره آستانه مد اصلی و برای اولین بار اختلاف بهره آستانه مد اصلی و اولین مد کناری به ضریب جفت‌شدگی لیزر تار نوری *DFB* آلائیده به یون  $Er^{3+}$  بررسی شده است. از آنجایی که لیزرهای *DFB-FL* معمولی تک‌مد نیستند، در ساختار مورد نظر در این مقاله یک انتقال فاز  $\pi/2$  معادل  $\lambda/4$  در دوره تناوب توری به‌منظور تک‌مدسازی لیزر در وسط طول تار در نظر گرفته شده است. در بخش دوم مقاله مدل فیزیکی و تئوری لیزر *DFB-FL* ارائه شده است. در بخش سوم به بررسی و آنالیز نتایج عددی پرداخته شده و در بخش آخر مقاله نتیجه‌گیری کوتاهی ارائه شده است. محاسبات بر اساس حل هم‌زمان معادلات نرخ و معادلات موج جفت‌شده به کمک روش ماتریس انتقال انجام شده است.

<sup>1</sup> Distributed Bragg Reflector Fiber Laser

<sup>2</sup> Distributed Feedback Fiber Laser

## ۲. تئوری و مدل فیزیکی

معادله نرخ جمعیت یون‌های اربوم در ترازهای بالا و پایین لیزر  $DFB-FL$  به صورت زیر نوشته می‌شود [۳]:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = -W_a N_1 + W_e N_2 - R_p N_1 + A_2 N_2 \quad (1)$$

که در آن  $N_1$  و  $N_2$  به ترتیب چگالی یون‌های واقع در ترازهای پایین و بالای لیزر،  $W_a$  نرخ جذب از تراز پایه،  $W_e$  نرخ گسیل القایی از تراز بالا،  $R_p$  نرخ دمش،  $A_2$  نرخ گسیل خود به خودی می‌باشند. با توجه به کوتاه بودن طول عمر ترازهای دیگر یون اربوم نسبت به ترازهای ۱ و ۲ لیزر رابطه زیر بین چگالی یون‌ها برقرار است:

$$N_0 = N_1 + N_2 \quad (2)$$

که  $N_0$  چگالی کل یون‌ها می‌باشد. نرخ موج دمش، نرخ جذب، نرخ گسیل القایی و ضریب بهره از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$R_p = \Gamma_p \frac{\sigma_p}{h\nu_p A_c} P_p \quad (3)$$

$$W_a = \Gamma_s \frac{\sigma_a}{h\nu_s A_c} P_s \quad (4)$$

$$W_e = \Gamma_s \frac{\sigma_e}{h\nu_s A_c} P_s \quad (5)$$

$$\gamma = \Gamma_s (\sigma_e N_2 - \sigma_a N_1) \quad (6)$$

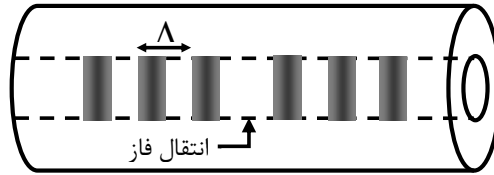
در روابط (۳) تا (۶)  $\sigma_p$  و  $\sigma_e$  و  $\sigma_a$  به ترتیب سطح مقطع جذب، گسیل و دمش،  $\nu_{p,s}$  فرکانس موج سیگنال (s) و دمش (p)،  $Ac$  مساحت ناحیه‌ای از مغزی که یون‌ها به آن تزریق شده،  $\Gamma_{p,s}$  ضرایب تحدید میدان نوری موج دمش و سیگنال می‌باشند.

با حل معادلات نرخ در حالت پایا،  $\frac{dN_1}{dt} = \frac{dN_2}{dt} = 0$ ، می‌توان جمعیت ترازهای بالا و پایین لیزر را در شرایط آستانه و زیر آستانه با صفر در نظر گرفتن نرخ گسیل القایی و نرخ جذب به دست آورد. بهره آستانه و نرخ دمش در شرایط آستانه از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\gamma_{th} = \frac{\Gamma_s N_0}{R_p + A_2} (\sigma_e R_p - \sigma_a A_2) \quad (7)$$

$$P_p^{th} = \frac{R_p^{th} h\nu_p A_c}{\Gamma_p \sigma_p} \quad (8)$$

در شکل ۱ طرح ساده‌ای از ساختار  $DFB-FL$  با انتقال فاز  $\lambda/4$  در وسط توری نشان داده شده است.



شکل ۱. طرح ساده‌ای از لیزر تار نوری  $DFB$  با انتقال فاز  $\lambda/4$  در وسط طول تار

میدان نوری متغیر در امتداد محور استوانه ( $Z$ ) در این ساختار را می‌توان به صورت زیر نوشت [۴]:

$$E(z) = R(z) \exp(-i\beta_0 z) + S(z) \exp(i\beta_0 z) \quad (9)$$

که در آن  $\beta_0$  ثابت انتشار براگ،  $R(z)$  و  $S(z)$  به ترتیب دامنه موج رفت و برگشت می‌باشند که از معادلات موج جفت شده‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dR(z)}{dz} = i\Delta\beta R(z) + i\kappa S(z) \quad (10)$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = -i\Delta\beta S(z) - i\kappa^* R(z) \quad (11)$$

که  $\Delta\beta$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta\beta = \delta - i\gamma_{th} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)،  $\delta$  انحراف از مد براگ بوده و برابر است با:

$$\delta = 2\pi n_{eff} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) \quad (13)$$

$$\lambda_0 = 2n_{eff} \Lambda \quad (14)$$

$n_{eff}$  ضریب شکست موثر مد،  $\lambda$  طول موج عملکرد لیزر،  $\lambda_0$  طول موج براگ و  $\Lambda$  دوره تناوب توری می‌باشد. در معادلات (۱۰) و (۱۱)  $\kappa$  و  $\kappa^*$  به ترتیب ضریب جفت‌شدگی و مزدوج مختلط آن می‌باشند. ضریب جفت‌شدگی در لیزرهای  $DFB-FL$  به ساختار توری و اختلاف ضریب شکست لایه‌های توری بستگی دارد. توان موج سیگنال،  $Ps$ ، در هر نقطه از طول تار نوری در ناحیه فعال متناسب با  $|R(z)|^2 + |S(z)|^2$  می‌باشد. معادلات موج جفت‌شده (۱۰) و (۱۱) به طور خودسازگار و به کمک روش ماتریس انتقال حل می‌شوند [۱۳]. کمیت‌های  $\delta$  و  $\gamma_{th}$  با در نظر گرفتن شرایط مرزی زیر در ابتدا و انتهای طول لیزر به دست می‌آید:

$$R(0) = r_1 S(0) \quad (15)$$

$$S(L) = r_2 R(L) \quad (16)$$

که در آن  $r_1$  و  $r_2$  به ترتیب ضرایب بازتاب آینه‌ها در دو انتهای تار نوری برای طول موج عملکرد لیزر می‌باشند. با اعمال شرایط مرزی بیش از یک پاسخ برای هر جفت  $\delta$  و  $\gamma_{th}$  بدست می‌آید بطوریکه هر

جفت مربوط به یکی از مدهای نوسانی طولی لیزر می‌باشد. کوچک‌ترین مقدار بهره آستانه مربوط به مد اصلی لیزر یا اولین مدی است که به آستانه تقویت می‌رسد و مقدار بعدی مربوط به اولین مد کناری است. اختلاف بهره آستانه مد اصلی و مد کناری که با  $\Delta\gamma$  نشان داده می‌شود توصیفی از عملکرد تک‌مد لیزر است و هرچه این کمیت بزرگتر باشد اختلاف توان مد اصلی و مد کناری بیشتر بوده و خروجی لیزر تک‌مد خواهد بود.

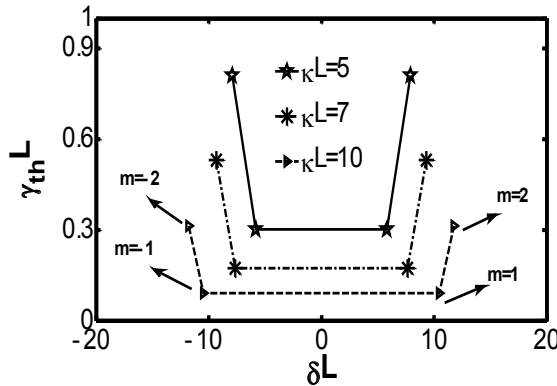
### ۳. تحلیل نتایج عددی

تار نوری مورد بررسی در این مقاله دارای شعاع مغزی  $2.3\mu\text{m}$ ، طول موج دمش  $\lambda_p=980\text{nm}$ ، طول موج سیگنال  $\lambda_s=1550\text{nm}$ ، توان بازتاب دو آینه‌ی ابتدا و انتهای کاواک  $r_1=r_2=0$ ، ضریب شکست موثر مد  $n_{\text{eff}}[\lambda]=1.45$  و دوره تناوب توری  $A=0.5\mu\text{m}$  و از تلفات اپتیکی داخلی تار صرف نظر شده است. سایر مشخصات لیزر در جدول ۱ درج شده است. ابتدا برای نشان دادن تاثیر انتقال فاز توری روی عملکرد مدهای طولی لیزر، با اعمال شرایط مرزی مقادیر  $\delta$  و  $\gamma_{\text{th}}$  برای دو ساختار بدون انتقال فاز و با انتقال فاز برای مد اصلی و مدهای کناری محاسبه شده است. در شکل ۲ تغییرات ضریب بهره نرمالیزه ( $\gamma_{\text{th}}L$ ) بر حسب انحراف از مد براگ نرمالیزه ( $\delta L$ ) برای سه مقدار مختلف ( $\kappa L$ ) و برای مدهای  $m=\pm 1, \pm 2$  در یک لیزر تار نوری DFB آلائیده به یون اریوم بدون انتقال فاز رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در ساختار بدون انتقال فاز دو مد متقارن نسبت به مد براگ دارای بهره آستانه یکسان می‌باشند که نشان می‌دهد در این حالت لیزر تک‌مد نیست. همچنین باند توقف بین دو مد اول با افزایش  $\kappa L$  افزایش می‌یابد.

جدول ۱. مقادیر کمیت‌های ثابت که در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱۴].

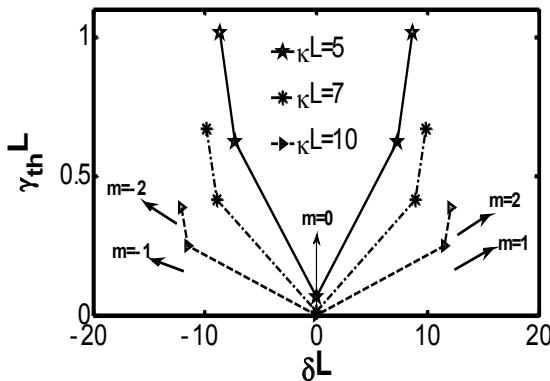
مقدار کمیت و واحد	نام کمیت و علامت
0.82	ضریب تحدید موج دمش ( $I_p$ )
0.73	ضریب تحدید موج سیگنال ( $I_s$ )
10 ms	طول عمر تراز ۲ ( $\tau_2$ )
$0.28 \times 10^{-24} (\text{m}^2)$	سطح مقطع جذب ( $\sigma_a$ )
$0.42 \times 10^{-24} (\text{m}^2)$	سطح مقطع گسیل ( $\sigma_e$ )
$0.20 \times 10^{-24} (\text{m}^2)$	سطح مقطع پمپاژ ( $\sigma_p$ )
$1.2 \times 10^{25} (\text{ion}/\text{m}^3)$	چگالی کل یون‌ها ( $N_0$ )

در شکل ۳ تغییرات  $\gamma_{\text{th}}L$  بر حسب  $\delta L$  برای سه مقدار مختلف  $\kappa L$  در یک لیزر تار نوری DFB با مشخصات ذکر شده در جدول ۱ برای ساختار با انتقال فاز  $\lambda/4$  رسم شده است. همانطور که مشاهده



شکل ۲. تغییرات ضریب بهره نرمالیزه  $\gamma_{th} L$  بر حسب انحراف از مد براگ نرمالیزه،  $\delta L$ ، برای مدهای اول و دوم به ازای ۳ مقدار مختلف  $\kappa L$

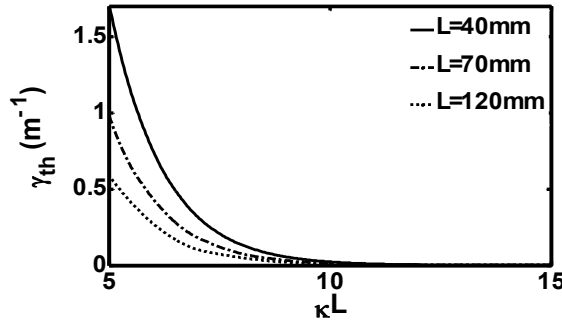
می‌شود با قرار دادن انتقال فاز در وسط طول توری، لیزر دارای عملکرد تک مد خواهد شد و مد اصلی بر فرکانس براگ منطبق می‌شود. هر دو شکل (۲) و (۳) نشان می‌دهند که با افزایش ضریب جفت‌شدگی بهره آستانه مدهای لیزر کاهش می‌یابد که این نتیجه با توجه به افزایش جفت‌شدگی بین موج رفت و برگشت و افزایش تقویت فوتونها در طول لیزر قابل پیش‌بینی است. طول لیزر در محاسبات مربوط به هر دو شکل ۲ و ۳،  $L=100\text{mm}$  در نظر گرفته شده است.



شکل ۳. تغییرات ضریب بهره نرمالیزه  $\gamma_{th} L$  بر حسب تغییرات انحراف از مد براگ نرمالیزه،  $\delta L$ ، برای سه مد و به ازای ۳ مقدار مختلف  $\kappa L$

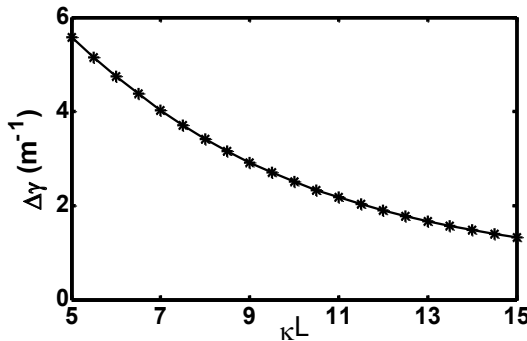
در شکل ۴ تغییرات بهره آستانه بر حسب تغییرات ضریب جفت‌شدگی نرمالیزه،  $\kappa L$ ، برای ۳ مقدار مختلف طول لیزر رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود به علت افزایش کوپلینگ بین امواج رفت و برگشت و افزایش تقویت فوتون در طول لیزر بهره آستانه کاهش می‌یابد که این نتیجه از شکلهای ۲ و ۳ نیز بدست آمد. همچنین ساختارهای با طول بیشتر به دلیل افزایش حجم محیط فعال

داری ضریب بهره آستانه کمتری هستند. از طرفی  $\kappa L \geq 8$  افزایش  $\kappa L$  تاثیر چندانی روی مقدار بهره آستانه ندارد.



شکل ۴. تغییرات بهره آستانه بر حسب تغییرات  $\kappa L$  به ازای ۳ مقدار مختلف طول لیزر

در شکل ۵ تغییرات  $\Delta\gamma$  بر حسب  $\kappa L$  رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود با افزایش  $\kappa L$ ،  $\Delta\gamma$  کاهش می یابد که نشان می دهد لیزر به عملکرد دو مد نزدیک می شود. از شکل های ۴ و ۵ نتیجه می شود که ضریب جفت شدگی نرمالیزه و طول دو پارامتر مهم در طراحی لیزر و دست یافتن به بهره آستانه پایین و عملکرد تک مد می باشند. در گزارشات قبلی عملکرد لیزر تار نوری DFB آلاییده به یون اریوم چنین تحلیلی تا کنون مشاهده نشده است. در حالیکه از جنبه عملکرد تک مد لیزر بررسی این پارامتر ضروری به نظر می رسد.

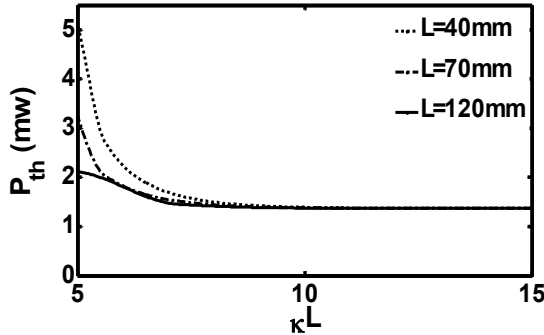


شکل ۵. تغییرات  $\Delta\gamma$  بر حسب  $\kappa L$

در شکل ۶ تغییرات توان آستانه موج دمش بر حسب تغییرات  $\kappa L$  به ازای ۳ مقدار مختلف طول لیزر رسم شده است. همانطور که انتظار می رود مقدار توان دمش آستانه با افزایش طول لیزر و  $\kappa L$  کاهش می یابد. این کاهش تا مقدار  $\kappa L=8$  ادامه دارد. برای  $\kappa L \geq 8$  افزایش  $\kappa L$  تاثیر چندانی روی توان آستانه موج دمش ندارد که با توجه به نتایج شکل ۵ قابل پیش بینی است.



نتایج بدست آمده در این تحلیل می توان برای طراحی و بهینه سازی ساختار لیزر تار نوری DFB آلاییده به یون اربوم استفاده نمود.



شکل ۶. تغییرات توان دمش آستانه بر حسب  $\kappa L$  به ازای ۳ مقدار مختلف طول تار

#### ۴. نتیجه گیری

وابستگی توان آستانه موج دمش و بهره آستانه برای یک لیزر تار نوری DFB آلاییده به یون  $Er^{3+}$  بررسی شد. نشان داده شد با ایجاد انتقال فاز  $\lambda/4$  در مرکز توری، لیزر دارای یک فرکانس نوسانی منطبق بر فرکانس براگ می باشد. محاسبات نشان داد با افزایش  $\kappa L$ ،  $P_{th}$  و  $\gamma_{th}$  به دلیل افزایش جفت شدگی بین موج رفت و برگشت و افزایش تقویت فوتون در طول کاواک کاهش می یابند. برای  $\kappa L \geq 8$  افزایش  $\kappa L$ ، تاثیری چندانی روی  $P_{th}$  نخواهد گذاشت. با افزایش ضریب جفت شدگی نرمالیزه اختلاف بهره آستانه مد اصلی با بهره آستانه مد کناری  $\Delta\gamma$  کاهش می یابد که این کاهش سبب اختلال در عملکرد تک مد لیزر می شود. بنابراین لازم است در انتخاب  $\kappa L$  مناسب برای دستیابی به آستانه پایین دقت لازم به عمل آید. روش ارائه شده در این مقاله ابزاری برای طراحی و بهینه سازی ساختار لیزر تار نوری DFB آلاییده به یون عناصر خاکی نادر فراهم می کند.

#### References

- [1] B. Rossi, "Commercial fiber laser take on industrial markets" Laser Focus World, vol. 33, No. 5, pp. 143-149, 1997.
- [2] T. Schweizer, T. Jensen, G. Huber, D.W. Hewak and D.N. Payne, "Rare-earth doped chalcogenide glass fiber laser", Electron. Lett. vol. 32, No. 7, pp. 666-667, 1996.
- [3] G.P. Agrawal, "Application of Nonlinear Fiber Optic", Academic Press, 2001.
- [4] H. Kogelnik and C.V. Shank "Coupled-wave theory of distributed feedback laser", J. Appl. Phys. Vol. 43, No. 5, pp. 2327-2335, 1972.
- [5] P. Varming, J. Hubber, and M. Kristenson, "DFB fiber laser as source for optical communication systems",

- in Proceeding of Optical Fiber Communication Conference, OFC, p. 169, 1997.
- [6] O. hadeler, M. Ibsen and M.N. Zervas, "Distributed feedback fiber laser sensor for simultaneous strain and temperature measurements operating in the radio-frequency domain", *Appl. Opt.*, vol. 40, No. 19, pp. 3169-3175, 2001.
  - [7] S. Foster and A.Tikhomirow, "Experimental and theoretical characterization of the mode profile of single-mode DFB fiber laser". *IEEE J. Quantum Electron*, vol. 41, No. 6, pp. 762-766, 2005.
  - [8] Azmi, Asrul Izam and Sen, D. and Peng, G.D, "Output power and threshold gain of apodized DFB fiber laser", *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. S P I E - International Society for Optical Engineering, USA*, pp. 1-4, 2009.
  - [9] I. Lancranjan, S. Miclos, D. Savastru, "Numerical simulation of a DFB-fiber laser sensor", *Journal of Optoelectronics and advanced materials*, vol. 12, No. 8, pp.1636-1645, 2010.
  - [10] Kuthan Yelen, Louise M.B. Hickey and Mikhail N. Zervas, " Experimentally verified modeling of erbium-ytterbium co-doped DFB fiber laser", *J. of lightwave Technol.*, vol. 23, No. 3, pp.1380-1392, 2005.
  - [11] V.C. Lauridsen, J.H. Povlsen, and P. Varming, "Optimising erbium-doped DFB fiber length with respect to maximum output power", *Electron. Lett.*, vol. 35, No. 4, pp. 300-302, 1999.
  - [12] Yuri O. Barmenkov, Alexander V. Kir'syanov, Pere Perez-Millan, Jose Luis Cruz, and Miguel V. Andres, "Threshold of a Symmetrically Pumped Distributed Feedback Fiber Laser With a Variable Phase Shift", *IEEE J. of Quantum Electronics*, vol. 44, No. 8, pp. 718-723, 2008.
  - [13] T. Erdogan, "Fiber gratings spectra", *J. Lightwave Technol.* vol. 15, No. 8, pp. 1277-1294, 1997.
  - [14] C. Barnard, P. Myslinsk, J. Chrostowski, and M. Kavehrad, "Analitical model for rere-earth-doped fiber amplifiers and lasers", *IEEE J. Quantum Electron.* vol. 30, No. 8, pp. 1817-1830, 1994.