

Dicluster stopping power of a two-dimensional electron gas at high velocities

T. Vazifeshenas¹
S. Saberi-Pouya²

Received: ...

Accepted: ...

Abstract

In this paper, we calculate the dicluster stopping power of a two dimensional electron gas based on the dielectric function formalism at high velocities and temperatures. The dielectric function is derived by using the method of moments in which the effects of correlation have been included, and from that we obtain the dicluster stopping power in terms of the inter-ion spacing for different values of coupling coefficient, degeneracy parameter and velocity of projectile. The results show that with decreasing the coupling coefficient or increasing the degeneracy parameter, the Friedel oscillations appear at shorter inter-ion distances and quickly damped at higher velocities. Also, it is found out that the stopping power of the system is proportional to the inverse of the dicluster's velocity.

Keywords: Stopping power, Dicluster, Method of moments, High velocity, Degeneracy parameter, Friedel oscillations

¹ Associate Professor of Physics, Shahid Beheshti University, t-vazifeh@sbu.ac.ir

² M. Sc. Student of Physics, Shahid Beheshti University, S_Saberi@sbu.ac.ir

توان بازدارنده گاز الکترونی دوبعدی برای خوشه دویونی در سرعت‌های بالا

ترانه وظیفه‌شناس^۱
سمیرا صابری پویا^۲

تاریخ دریافت: ۹۲/۶/۱۳

تاریخ تصویب: ۹۲/۱۱/۹

چکیده

در این مقاله ما توان بازدارنده گاز الکترونی دوبعدی برای خوشه دویونی را بر پایه فرمولبندی تابع دی‌الکتریک، در حد سرعت‌ها و دماهای بالا، محاسبه کرده‌ایم. در به دست آوردن تابع دی‌الکتریک از روش گشتاورها که اثرات همبستگی نیز در آن گنجانده شده، استفاده نموده‌ایم و براساس آن توان بازدارنده را برحسب فاصله بین دو یون برای مقادیر مختلف ضریب جفت‌شدگی، پارامتر تبهگنی و سرعت پرتابه به دست آورده‌ایم. نتایج نشان می‌دهند که با کاهش

^۱ دانشیار فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، t-vazifeh@sbu.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، S_Saberi@sbu.ac.ir

ضریب جفت‌شدگی و یا افزایش پارامتر تبهگنی، نوسانات فریدل در فواصل بین یونی کوتاه‌تر ظاهر می‌شوند و در سرعت‌های بالاتر این رفتار نوسانی، به سرعت میرا می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که توان بازدارنده سیستم با سرعت خوشه دویونی، رابطه عکس دارد.

واژه‌های کلیدی: توان بازدارنده، خوشه دویونی، روش گشتاورها، سرعت بالا، پارامتر تبهگنی، نوسانات فریدل.

۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر توجه ویژه‌ای به خواص دینامیکی و استاتیکی سیستم‌های برهمکنشی دوبعدی معطوف شده است [۱-۳]. در این راستا برهمکنش ذرات باردار با گاز الکترونی دوبعدی که یکی از برهمکنش‌های مهم در سیستم‌های بس ذره‌ای می‌باشد به صورت نظری و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است [۴-۷]. در بسیاری از موارد با استفاده از توان بازدارنده، می‌توان برهمکنش ذرات باردار را با این سیستم‌ها مطالعه کرد و به ماهیت فیزیکی این برهمکنش‌ها پی برد. توان بازدارنده، اتلاف انرژی ذرات در واحد طول مسیر هنگام نفوذ درون ماده و برهمکنش با آن می‌باشد [۸-۱۰] که بسته به انرژی ذرات به دو نوع توان هسته‌ای و الکترونی تقسیم می‌شود. توان بازدارنده هسته‌ای ناشی از برهمکنش کسان یون با هسته اتم‌های هدف می‌باشد که برای ذرات با انرژی‌های بیش از ۱۰ مگا الکترون ولت اهمیت دارد. در چنین انرژی‌هایی باید تصحیح نسبی در محاسبات وارد شود. از طرف دیگر توان بازدارنده الکترونی به واسطه برهمکنش پرتابه باردار با الکترون‌های هدف می‌باشد. هنگامی که یک یون درون یک ماده حرکت می‌کند، با الکترون‌های آزاد و مقید آن برخورد می‌کند که با توجه به ماهیت هدف، پدیده‌های مختلفی اتفاق می‌افتد [۱۱، ۱۲].

در این مقاله توان بازدارنده گاز الکترونی دوبعدی را برای یک خوشه دویونی با سرعت زیاد در دماهای بالا محاسبه می‌کنیم. بدین منظور از روش گشتاورها در فرمولبندی

توان بازدارنده بر پایه تابع دی الکتریک سیستم استفاده می کنیم. در این جا اثر همبستگی سیستم گاز الکترونی دوبعدی را از طریق انرژی تبادلی-همبستگی به دست آمده از روش مونت-کارلو در دماهای بالا، در تابع دی الکتریک سیستم منظور می نماییم. سپس تابع دی الکتریک را برای کل بازه بردار موج تعیین نموده از طریق آن رفتار توان بازدارنده سیستم را برحسب فاصله بین دو یون به دست می آوریم.

در ادامه مطلب در بخش ۲ روش محاسبه را ارائه می دهیم که در آن فرمولبندی عمومی توان بازدارنده خوشه دو یونی معرفی می گردد. همچنین شکل تابع دی الکتریک در حد سرعت های بالا را به دست آورده سپس با استفاده از آن، روابطی برای هر دو سهم توان بازدارنده ناهمبسته و همبسته خوشه دو یونی سریع به دست می آوریم. در بخش ۳ نتایج محاسبات ارائه و بحث خواهند شد. در نهایت در بخش ۴ به طور خلاصه، نتیجه این پژوهش بیان می گردد.

۲. روش محاسبه

۲-۱. توان بازدارنده

در حالت تعادل، پرتابه ای از یونها که با سرعت v درون گاز الکترونی دوبعدی حرکت می کند یک میدان القایی حول ذرات به وجود می آورد. این میدان القایی باعث ایجاد یک دوقطبی بین پرتابه متحرک و مرکز ابر بار القا شده می شود که این ابر بار القایی تمایل به استتار پرتابه دارد. بنابراین یک دوقطبی در خلاف جهت حرکت یون به وجود خواهد آمد که حرکت یون را به تأخیر می اندازد و موجب کاهش انرژی آن می شود [۱۳]. افت انرژی یون معادل با توان بازدارنده گاز الکترونی خواهد بود که برای خوشه دو یونی می توان آن را به صورت مجموع دو توان بازدارنده نقطه مانند ناهمبسته، $(-dw/dx)_{uncorr}$ ، و همبسته، $(-dw/dx)_{corr}$ ، بیان کرد [۱۴]:

$$\left(-\frac{dw}{dx}\right) = \left(-\frac{dw}{dx}\right)_{uncorr} + \left(-\frac{dw}{dx}\right)_{corr} \quad (1)$$

که در آن:

$$\left(-\frac{dw}{dx}\right)_{\text{uncorr}} = \frac{2e^2}{\pi v} (z_1^2 + z_2^2) \int_0^\infty dk \int_0^{kv} d\omega \frac{\omega^2 \ell(\mathbf{k}, \omega)}{\sqrt{(kv)^2 - \omega^2}} \quad (2)$$

$$\left(-\frac{dw}{dx}\right)_{\text{corr}} = \frac{2e^2}{\pi v} (2z_1 z_2) \int_0^\infty dk \int_0^{kv} d\omega \frac{\omega^2 \ell(\mathbf{k}, \omega)}{\sqrt{(kv)^2 - \omega^2}} J_0(kR) \quad (3)$$

در این جا $z_1 e$ و $z_2 e$ بارهای دو یون در خوشه دویونی، \mathbf{k} بردار موج، J_0 تابع بسل مرتبه اول و $\ell(\mathbf{k}, \omega) = \omega^{-1} \text{Im}(-1/\varepsilon(\mathbf{k}, \omega))$ تابع اتلاف سیستم هستند که در آن $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ تابع دی‌الکتریک می‌باشد. با استفاده از معادله (۲) توان بازدارنده ناهمبسته یا به عبارتی نقطه مانند به دست می‌آید که ناشی از جفت شدگی یون‌های منفرد با گاز الکترونی می‌باشد. در صورتی که از معادله (۳) سهم همبسته برای توان بازدارنده تعیین می‌گردد که به دلیل حرکت جفت شده دو یون و تداخل بین آن‌ها به وجود می‌آید.

۲-۲. تابع دی‌الکتریک در سرعت‌های بالا

در محاسبه توان بازدارنده می‌توان تقریب‌های متفاوتی برای تابع دی‌الکتریک سیستم در نظر گرفت که در بین آن‌ها روش تابع دی‌الکتریک پاسخ خطی و نظریه پراکندگی کوانتومی بیشتر مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۲۲-۱۵]. در این مقاله برای مطالعه حالت حدی پرتابه سریع از تقریبی استفاده می‌شود که در آن وارون تابع دی‌الکتریک از روش گشتاورها به دست می‌آید [۲۳، ۲۴]. تابع دی‌الکتریک دینامیکی سیستم در صفحه مختلط را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۲۵]:

$$\varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, \omega') = 1 + \phi(\mathbf{k})\chi(\mathbf{k}, \omega'). \quad (4)$$

که در آن ω' بسامد مختلط، $\phi(\mathbf{k}) = 2\pi e^2 / k$ پتانسیل کولنی دوبعدی و $\chi(\mathbf{k}, \omega')$ تابع پاسخ چگالی-چگالی می‌باشند. در حد بسامدهای بالا می‌توان این تابع را به صورت زیر بسط داد [۲۵]:

$$\chi(\mathbf{k}, \omega') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n(\mathbf{k})}{\omega'^n}, \quad (5)$$

در این جا $M_n(\mathbf{k})$ ، گشتاور بسامدی است:

$$M_n(\mathbf{k}) = \frac{i^{n-1}}{\hbar} \langle [(\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}})\hat{\rho}_{\mathbf{k}}(t), \hat{\rho}_{-\mathbf{k}}] \rangle. \quad n = 2, 4, \dots \quad (6)$$

که در آن میانگین گیری نسبت به حالت تعادل انجام می شود. بنابراین با داشتن عملگر چگالی، $\hat{\rho}_{\mathbf{k}}$ ، می توان تابع پاسخ سیستم و در نتیجه تابع دی الکتریک را از رابطه زیر به دست آورد [۲۶]:

$$\varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{\omega_{2D}^2(\mathbf{k})(\omega' + \eta(\mathbf{k}, \omega'))}{\omega'(\omega'^2 - \omega_2^2(\mathbf{k})) + \eta(\mathbf{k}, \omega')(\omega'^2 - \omega_1^2(\mathbf{k}))} \quad (7)$$

به طوری که $\omega_1(\mathbf{k})$ و $\omega_2(\mathbf{k})$ از جنس بسامد هستند. همچنین تابع $\eta(\mathbf{k}, \omega')$ به میرایی مدهای پلاسمونی مربوط می شود که در حد طول موج های بلند به علت میرایی کم، می توان آن را به صورت $\eta(\mathbf{k}, \omega') = i0^+$ در نظر گرفت. بدین ترتیب، یک تابع اتلاف با قله تابع دلتا، δ ، در بسامد $\omega_2(\mathbf{k})$ به دست خواهد آمد [۱۷]:

$$\ell(\mathbf{k}, \omega) = \pi \left[\frac{\omega_{2D}^2(\mathbf{k})}{2\omega_2^2(\mathbf{k})} \delta(\omega + \omega_2(\mathbf{k})) + \frac{(\omega_2^2(\mathbf{k}) - \omega_1^2(\mathbf{k}))c_0}{\omega_2^2(\mathbf{k})} \delta(\omega) + \frac{\omega_{2D}^2(\mathbf{k})}{2\omega_2^2(\mathbf{k})} \delta(\omega - \omega_2(\mathbf{k})) \right]. \quad (8)$$

که در آن $C_0(\mathbf{k}) = \pi\phi(\mathbf{k})M_0(\mathbf{k})$ می باشد. در این صورت تابع اتلاف، $\ell(\mathbf{k}, \omega)$ ، یک برانگیختگی جمعی در بسامد $\omega_2(\mathbf{k})$ را توصیف می کند که آثار همبستگی را نیز در بر می گیرد. در رابطه (۸)، $\omega_1(\mathbf{k})$ چنین تعریف می شود:

$$\omega_1^2(\mathbf{k}) = \frac{M_2(\mathbf{k})}{M_0(\mathbf{k})} = \omega_{2D}^2(\mathbf{k})(1 - \varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, 0))^{-1} \quad (9)$$

که در آن $M_2(\mathbf{k}) = k^2 n / m$ و $M_0(\mathbf{k}) = (1 - \varepsilon^{-1}(\mathbf{k}, 0)) / \phi(\mathbf{k})$ جرم الکترون و $n = N / L^2$ چگالی صفحه ای ذرات و $\omega_{2D}(\mathbf{k}) = \sqrt{2\pi n e^2 k / m}$ بسامد پلاسمای دو بعدی می باشند. همچنین $\omega_2(\mathbf{k})$ به صورت زیر به دست می آید:

$$\omega_2^2(\mathbf{k}) = \frac{M_4(\mathbf{k})}{M_2(\mathbf{k})} = \omega_{2D}^2(1 + K(\mathbf{k}) + L(\mathbf{k})). \quad (10)$$

که در آن داریم:

$$M_4(\mathbf{k}) = \frac{2\pi n^2 k^3 e^2}{m^2} (1 + L(\mathbf{k}) + K(\mathbf{k})). \quad (11)$$

و $L(\mathbf{k})$ و $K(\mathbf{k})$ از رابطه زیر تعریف می‌شوند:

$$L(\mathbf{k}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q} \neq (0, \mathbf{k})} \frac{(\mathbf{k}, \mathbf{q})^2}{qk^3} (S(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - S(\mathbf{q})). \quad (12)$$

$$K(\mathbf{k}) = \frac{3 \langle E_{\text{kin}} \rangle k}{2\pi n e^2} + \frac{\hbar^2 k^3}{8\pi n e^2 m}. \quad (13)$$

$M_4(\mathbf{k})$ گشتاور چهارم و $L(\mathbf{k})$ و $K(\mathbf{k})$ به ترتیب سهم‌های همبستگی و جنبشی در گشتاور بسامدی چهارم می‌باشند. همچنین در سهم جنبشی، $\langle E_{\text{kin}} \rangle$ میانگین انرژی جنبشی به ازای ذره بوده که در دماهای بالا می‌توان آن را برابر با $K_B T$ در نظر گرفت.

۲-۳. توان بازدارنده در سرعت‌های بالا

اکنون با داشتن تابع اتلاف، می‌توان توان بازدارنده خوشه دویونی را در حالت حدی سرعت‌های بالا به دست آورد. با جایگزینی تابع اتلاف، رابطه (۸)، در معادلات (۲) و (۳) توان نقطه مانند و همبسته خوشه دویونی در سرعت‌های بالا به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند [۱۷]:

$$\left(-\frac{dw}{dx}\right)_{\text{uncorr}} = \frac{2e^2}{v} (z_1^2 + z_2^2) \int_0^\infty \frac{\omega_{2D}^2(\mathbf{k}) dk}{\sqrt{(kv)^2 - \omega_2^2(\mathbf{k})}}. \quad (14)$$

$$\left(-\frac{dw}{dx}\right)_{\text{corr}} = \frac{2e^2}{v} (2z_1 z_2) \int_0^\infty dk \frac{J_0(kR) \omega_{2D}^2(\mathbf{k})}{\sqrt{(kv)^2 - \omega_2^2(\mathbf{k})}} \quad (15)$$

با استفاده از عبارتی که از طریق درون‌یابی برای $\omega_2(\mathbf{k})$ به دست می‌آوریم:

$$\omega_2^2(\mathbf{k}) \approx \omega_{2D}^2(\mathbf{k}) \left[1 + \frac{3E_{\text{kin}}}{2\pi n e^2} k + \frac{5E_{\text{xc}}}{16\pi n e^2} k + \frac{\hbar^2}{8\pi n e^2 m} k^3 \right] \quad (16)$$

که در آن انرژی تبادلی-همبستگی، E_{xc} ، با استفاده از نتایج محاسبات مونت-کارلو در دماهای بالا از رابطه زیر تعیین می‌گردد [۲۷]:

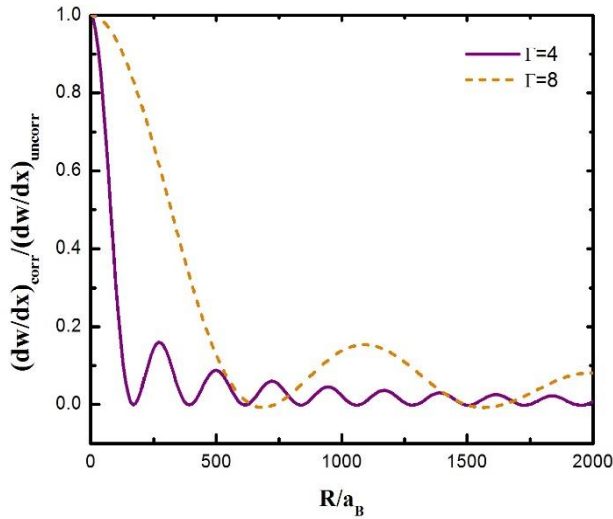
$$E_{\text{xc}}(\Gamma) = E_F(-1.12\Gamma + 0.71\Gamma^{1/4} - 0.38) / D. \quad (17)$$

در معادله فوق که برای $50 > \Gamma > \sqrt{2}$ معتبر می‌باشد، $E_F = (n\pi\hbar^2/m)$ انرژی فرمی گاز الکترونی، $D = \beta E_F$ پارامتر تهگنی سیستم و $\Gamma = \beta e^2/a$ ضریب جفت شدگی می‌باشند. همچنین در این روابط $\beta = 1/K_B T$ و $a = 1/\sqrt{n\pi}$ شعاع ویگنر-سایتس است.

۳. نتایج و بحث

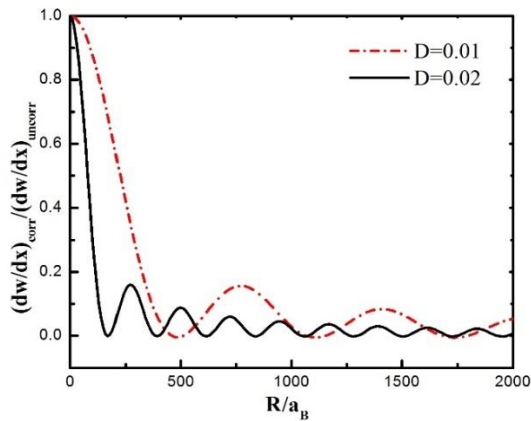
در این بخش با استفاده از فرمولبندی نظری بخش (۲) و با در نظر گرفتن آثار همبستگی به بررسی نتایج محاسبات عددی توان بازدارنده سیستم گاز الکترونی دوبعدی برای خوشه دویونی سریع در دماهای بالا می‌پردازیم. همان طور که ذکر شد در این مقاله ما علاقمند مطالعه پرتابه در حد سرعت‌های بالا هستیم که در آن از انرژی پس‌زنی یون‌های خوشه صرف نظر می‌شود؛ بنابراین مسیر حرکت آن‌ها مستقیم فرض می‌شود. همچنین در این حد، انرژی جنبشی یون‌های پرتابه بیشتر از میانگین انرژی جنبشی الکترون‌های هدف است. این امر معادل با برقراری شرط $v \gg \sqrt{m/M} V_{th}$ می‌باشد که در آن M جرم یون‌های خوشه و $V_{th} = \sqrt{2K_B T/m}$ سرعت گرمایی الکترون‌های هدف هستند.

در شکل ۱ نسبت توان بازدارنده همبسته به توان بازدارنده ناهمبسته برای دو یون با بار یکسان ($z_1 = z_2$) به صورت تابعی از فاصله بدون بُعد بین دویون، R/a_B ، و برای $D=0.02$ و $v=100V_{th}$ در دو مقدار متفاوت ضریب جفت شدگی $\Gamma=4$ و $\Gamma=8$ رسم شده است. a_B شعاع بوهر است. همان طور که مشاهده می‌شود افزایش Γ سبب می‌شود که سیستم در فاصله بین یونی بزرگتر میرا شود. این رفتار را می‌توان این گونه توضیح داد که در حالت حدی دماهای بالا یا به عبارتی حد کلاسیکی، $D \ll 1$ ، فاصله بین یون‌های خوشه با طول موج گرمایی دویونی، $(\lambda = \sqrt{\beta\hbar^2/2m})$ ، قابل مقایسه خواهد بود. بنابراین سیستم در فواصل بین یونی از مرتبه چند صد آنگستروم، الگوی نوسانات فریدل را از خود نشان می‌دهد و این طول موج با افزایش Γ بیشتر شده که موجب آغاز میرایی در فواصل بزرگتر می‌شود.



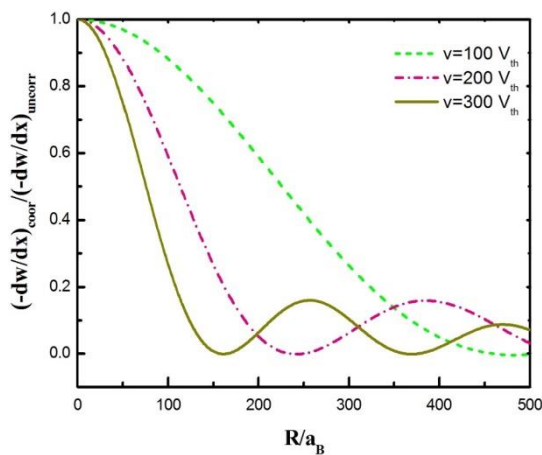
شکل ۱. نسبت توان بازدارنده همبسته به ناهمبسته بر حسب فاصله بدون بعد بین دویون با بار یکسان و برای $D=0.02$ و $v = 100 V_{th}$ در دو مقدار متفاوت Γ

در شکل ۲ نتایج محاسبات نسبت دو بخش توان بازدارنده همبسته به ناهمبسته بر حسب فاصله بدون بعد بین دویون برای دو پارامتر تبهگنی متفاوت $D=0.01$ و $D=0.02$ نشان داده شده است. مطابق این شکل، با افزایش پارامتر تبهگنی، سیستم در فواصل کوتاهتر بین دویون میرا می‌شود که این امر نیز ناشی از وابستگی طول موج گرمایی به درجه تبهگنی سیستم می‌باشد.



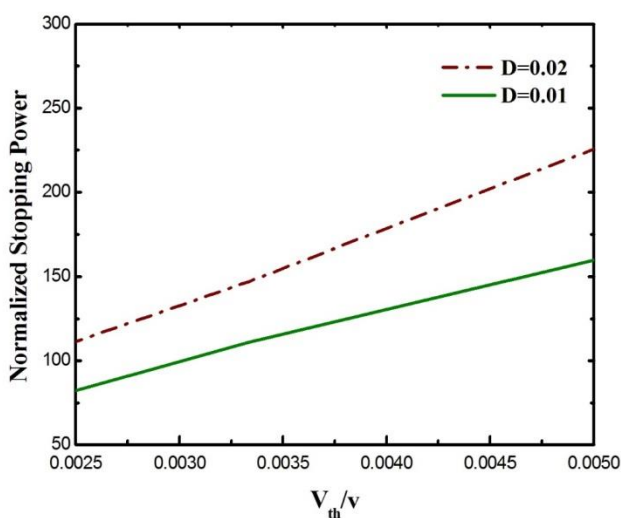
شکل ۲. نسبت توان بازدارنده همبسته به ناهمبسته بر حسب فاصله بدون بعد بین دو یون با بار یکسان و برای $\Gamma = 4$ و $v = 100 V_{th}$ در دو مقدار متفاوت D

نسبت سهم همبسته به سهم نقطه مانند توان بازدارنده بر حسب فاصله بدون بعد بین یون‌ها، برای سه مقدار متفاوت سرعت پرتابه در شکل ۳ ترسیم شده است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که با افزایش سرعت خوشه دویونی، رفتار نوسانی مربوط به سهم همبسته در مقادیر کوچکتر فاصله بین دو یون آغاز و بُرد وابسته به آن نیز کوتاهتر می‌شود.



شکل ۳. نسبت توان بازدارنده همبسته به ناهمبسته بر حسب فاصله بدون بعد بین دو یون با بار یکسان و برای $D = 0.01$ و $\Gamma = 4$ در سه مقدار متفاوت سرعت پرتابه

در نهایت توان بازدارنده کل یعنی مجموع سهم همبسته و سهم نقطه مانند که به نیروی بین دویار $(F=Z^2e^2/R^2)$ بهنجار شده برحسب وارون سرعت بدون بُعد پرتابه برای $R/a_B = 500$ و $\Gamma = 4$ و دو مقدار متفاوت پارامتر تبهگنی، $D = 0.01$ و $D = 0.02$ در شکل ۴ نمایش داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود با افزایش سرعت پرتابه توان بازدارنده کاهش می‌یابد. همچنین از این شکل می‌توان دریافت که توان بازدارنده در حد سرعت‌های بالا با وارون سرعت پرتابه رابطه خطی دارد و با افزایش D ، شیب این خط بیشتر می‌شود.



شکل ۴. توان بازدارنده کل بهنجار شده به نیروی بین دویار، $F=(ze)^2/R^2$ برحسب وارون سرعت بدون بُعد پرتابه‌ای شامل دو یون با بار یکسان و برای $\Gamma = 4$ ، $R/a_B = 500$ و دو مقدار متفاوت پارامتر تبهگنی.

۴. نتیجه گیری

در این مقاله توان بازدارنده توسط یک گاز الکترونی دوبعدی برای خوشه دویونی در حالت حدی سرعت‌های بالا و در دماهای بزرگ متناظر با پارامتر تبهگنی کوچک، $D \ll 1$ ، بررسی شده است. با استفاده از تابع دی‌الکتریک به دست آمده از روش گشتاورها، در کل بازه بردار موج هر دو سهم نقطه مانند و همبسته، توان بازدارنده محاسبه

شده است. نتایج نشان می‌دهند که توان بازدارنده در سرعت‌های بالا با وارون سرعت پرتابه رابطه خطی دارد. همچنین با افزایش پارامتر تهگنی و یا کاهش ضریب جفت‌شدگی، الگوی نوسانات فریدل در مقادیر کوچکتر فاصله بین یونی ظاهر شده و سریعتر میرا می‌گردد.

منابع

- [1] N. R. Arista; "Energy Loss of an Electric Dipole in a Free-Electron Gas"; *Phys. Rev. A* **65** (2002) 022902 .
- [2] D. J. Mowbray, C. Sangwoo, Z. L. Miskovic, F. O. Goodman, and Y. N. Wang; "Dynamic Interactions of Fast Ions with Carbon Nanotubes"; *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B* **230** (2005) 142-147.
- [3] M. C. Tufan, A. KAoroglu, and H. GAumAus; "Stopping Power Calculations for Partially Stripped Projectiles in High Energy Region"; *Acta physica polonica A* **107** (2005) 3.
- [4] Yu. V. Arhipov, A. Askaruly, D. Ballester, A. E. Davletov, I. M. Tkachenko, and G. Zwignagel; "Dynamic Properties of One-Component Strongly Coupled Plasmas: The Sum-Rule Approach"; *Phys. Rev. E* **81** (2010) 026402.
- [5] E. Zaremba, I. Nagy, and P. M. Echenique; "Nonlinear Screening and Stopping Power in Two-Dimensional Electron Gases"; *Phys. Rev. B* **71** (2005) 125323.
- [6] S. Lloyd, M. Babiker, and J. Yuan; "Quantized Orbital Angular Momentum Transfer and Magnetic Dichroism in The Interaction of Electron Vortices with Matter"; *Phys. Rev. Let.* **108** (2012) 074802.
- [7] T. Krüger, I. Tews, K. Hebel, and A. Schwenk; "Neutron Matter from Chiral Effective Field Theory Interactions"; *Phys. Rev. C* **88** (2013) 025802.
- [8] J. E. Turner; "Calculation of Stopping Power of a Heavy Charged Particle in Matter"; *Health Physics Pergamon* **13** (1967) 1255-1263 .
- [9] N. R. Arista and A. G. Marti; "Cluster Stopping Power for an Electron Gas at Finite Temperatures: Calculations for Hydrogen and Water Clusters"; *J. Phys: Condens. Matter* **3** (1991) 7932-7934.

- [10] A. Bret and C. Deutsch; “Stopping Power of Extended Cluster and Ion Charge Distributions in an Arbitrarily Degenerate Electron Fluid”; *Phys. Rev. E* **47** (1993) 2.
- [11] J. F. Ziegler, M. D. Ziegler, J. P. Biersack; “The Stopping and Range of Ions in Matter”; *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B* **268** (2010) 1818-1823.
- [12] N. R. Arista and M. A. Fuentes; “Interaction of Charged Particles with Surface Plasmons in Cylindrical Channels in Solids”; *Phys. Rev. B* **63** (2001) 165401.
- [13] J. Ortner and I. M. Tkachenko; “Stopping Power of Strongly Coupled Electronic Plasmas: Sum Rules and Asymptotic Forms”; *Phys. Rev. E* **63** (2001) 026403.
- [14] A. Bret and C. Deutsch; “Dicluster Stopping in a Two-Dimension Electron Fluid”; *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **415** (1998) 703.
- [15] Y. N. Wang and T. C. Ma; “ Stopping Power Theory for Fast Ions Moving Through Two-Dimensional Targets: Harmonic Oscillator Model”; *Phys. Lett. A* **221** (1996) 134-137.
- [16] I. Nagy; “Stopping Power of a Two-Dimensional Electron Gas for Heavy Particles”; *Phys. Rev. B* **51** (1995) 1.
- [17] D. Ballester, A. M. Fuentes, and I. M. Tkachenko; “Polarizational Stopping Power of Heavy-Ion Diclusters in Two-Dimensional Electron Liquids”; *Phys. Rev. B* **75** (2007) 115109
- [18] A. Krakovsky and J. K. Percus; “Nonlinear Calculation of The Stopping Power of a Two-Dimensional Electron Gas for Heavy Particles”; *Phys. Rev. B* **52** (1995) R2305 .
- [19] A. Bergara, I. Nagy, and P. M. Echenique; “Energy-Loss Rates of Heavy and Light Charged Particles in a Two-Dimensional Electron Gas”; *Phys. Rev. B* **55** (1997) 12864.
- [20] Y. N. Wang and T. C. Ma; “Consistent Calculation of the Stopping Power for Slow Ions in Two-Dimensional Electron Gases”; *Phys. Rev. A* **55** (1997) 2087.
- [21] C. C. Montanari and J. E. Miraglia; “Stopping Power for Swift Dressed Ions”; *Phys. Rev. A* **73** (2006) 024901.

[22] N. R. Arista; "Stopping of Molecules and Clusters"; *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B* **164-165** (2006) 108-138.

[23] J. Ortner and I. M. Tkachenko; "Dielectric Permeability of Quasi-Two-Dimensional One-Component Plasmas"; *Phys. Rev. A* **46** (1992) 7882.

[24] M. G. Krein and A. A. Nudel'man; "The Markov Moment Problem and Extremal Problems Nauka Moscow in Russian English translation: Translation Math. Monographs"; *AMS* **50** (1977).

[25] G. F. Giuliani and G. Vignali; "*Quantum Theory of the Electron Liquid*"; Cambridge University Press, New York (2005).

[26] N. Iwamoto; "Sum Rules and Static Local-Field Corrections of Electron Liquids in Two and Three Dimensions"; *Phys. Rev. A* **3** (1984) 5.

[27] T. Vazifeshenas and S. Saberi-Pouya; "Local Field Correction Effect on Dicluster Stopping Power in a Strongly Coupled Two-Dimensional Electron Gas System"; *Journal of Sciences Islamic Republic of Iran* **24**, No. 1 (2013) 81-85.