

PIC simulation of linear ion acoustic waves in plasma

M.R. Rouhani¹
A. K. Marvasti²

Received: 2014.2.28

Accepted: 2014.7.4

Abstract

Any periodic motion of a fluid can be decomposed by Fourier analysis into a superposition of sinusoidal oscillation with different frequencies ω and wavenumbers κ . Therefore energy of a wave is equivalent to total energy of Fourier components and is proportional to the square of these coefficients. The wave number and frequency of maximum energy is the same as that of main mode of system which is satisfied in dispersion relation. In this paper the dispersion relation of ion acoustic wave has been studied by using a particle simulation code which is written by authors.

Keywords: *Dispersion relation, Particle in cell method, Ion acoustic waves.*

¹ Associate Professor of Physics, Alzahra University, rouhanik@yahoo.com

² Ph.D. Student of Physics, Kharazmi University

شبیه‌سازی ذره‌ای امواج یون صوت خطی در پلاسما

محمود رضا روحانی^۱

آمنه کارگریان^۲

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۹

تاریخ تصویب: ۹۳/۴/۱۳

چکیده

هر حرکت متناوب یک سیال را می‌توان به وسیله تحلیل فوریه به بر هم نهی از نوسانات با فرکانس‌ها و عدد موج‌های مختلف ω و K تجزیه کرد. لذا انرژی یک موج برابر است با مجموع انرژی مؤلفه‌های فوریه و با مربع این ضرایب متناسب می‌باشد. عدد موج و فرکانس مربوط به انرژی ماکزیمم همان عدد موج و فرکانس اصلی سیستم می‌باشند که در رابطه پاشندگی صدق می‌کنند. در این مقاله رابطه پاشندگی موج یون صوت در پلاسما با استفاده از گد شبیه‌سازی ذره‌ای که توسط نویسندگان این مقاله نوشته شده مورد مطالعه قرار گرفته است.

^۱ دانشیار فیزیک، دانشگاه الزهراء (س)؛ rouhanik@yahoo.com

^۲ دانشجوی دکتری فیزیک، دانشگاه خوارزمی

واژه‌های کلیدی: رابطه پاشندگی، روش ذره در جعبه، امواج

یون صوت.

۱- مقدمه

امواج یون صوت در پلاسما شبیه به امواج صوتی در هوای معمولی می‌باشند. امواج صوتی، امواج فشاری هستند که به وسیله برخورد بین مولکول‌های هوا از لایه‌ای به لایه دیگر منتشر می‌شوند. در یک پلاسما که فاقد ذرات خنثی است و برخوردهای کمتری در آن روی می‌دهد، پدیده مشابهی اتفاق می‌افتد که آن را موج یون صوت می‌نامند. یون‌ها در پلاسما نقش ذرات خنثی را در امواج صوتی معمولی بازی می‌کنند.

طی چند دهه اخیر میزان رشد علم و فناوری مرتبط با میزان رشد کامپیوترها بوده است. در وهله اول گداهای شبیه‌سازی می‌توانند علاوه بر استفاده در مرحله طراحی آزمایش برای تحلیل نتایج تجربی و هم‌چنین به دست آوردن اطلاعات پیرامون اندازه‌گیری‌های تجربی به کار روند. در این مقاله از روش شبیه‌سازی ذره در جعبه برای بررسی دینامیک امواج یون صوتی خطی در پلاسما استفاده شده است. سولتانا^۱، ساری^۲ و کوراکیس^۳ با استفاده از روش‌های نظری و عددی، دینامیک امواج یون صوت در پلاسماهای سوپر حرارتی را مورد بررسی قرار دادند [۱]. سیدرا^۴ و دترینگ^۵ در حضور یک سوق الکترونی بکنواخت که باعث افزایش برخوردهای یون و الکترون می‌شود انتشار امواج یون صوت را با استفاده از یک مدل شبیه‌سازی فرآیند برخورد بررسی کردند [۲]. پاتل نیز نتایج شبیه‌سازی ذره‌ای دو بعدی امواج یونی تولید شده در یک پلاسما تولید شده بین دو الکتروود موازی را گزارش داد [۳]. والتینی^۶ و همکارانش با استفاده از روش‌های عددی ناپایداری امواج الکترون آکوستیک را مورد بررسی قرار دادند [۴]. علاوه بر این ناپایداری یون صوت با در نظر گرفتن الکترون‌ها و پروتون‌ها در یک پلاسما غیرمغناطیسی با استفاده از شبیه‌سازی

¹ Sultana

² Sari

³ Kurakis

⁴ Sydora

⁵ Detering

⁶ Valentini

ولاسف مورد بررسی قرار گرفته است [۵]. در این مقاله نویسندگان ضمن طراحی یک کد شبیه‌سازی ذره‌ای انتشار امواج یون صوت را بررسی کرده و نشان داده‌اند که رابطه پاشندگی در تطابق خوبی با نتایج نظری دارد.

۲- فرمول‌بندی ریاضی

معادله سیال یون در غیاب میدان مغناطیسی به صورت زیر می‌باشد:

$$Mn_i \left[\frac{\partial V_i}{\partial t} + (V_i \cdot \nabla) V_i \right] = -\nabla P_i + en_i E \quad (1)$$

که در آن M, n_i, V_i, P_i به ترتیب جرم، چگالی، سرعت و فشار یون می‌باشند و E میدان الکتریکی است.

معادله پیوستگی برای یون نیز چنین است:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i V_i) = 0 \quad (2)$$

با استفاده از شرط خنثی بودن پلاسما و هم چنین استفاده از شرط بولتزمن، برای چگالی یون و الکترون داریم:

$$n_e = n_i = e^{e\phi/KT_e} \quad (3)$$

با خطی‌سازی و ترکیب معادلات (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{KT_e + \gamma KT_i}{M_i} \right) \equiv C_s \quad (4)$$

C_s سرعت موج یون صوت در پلاسما ω و k به ترتیب فرکانس و عدد موج، T_i دمای یون، T_e دمای الکترون، γ نسبت ظرفیت‌های گرمایی ویژه و K ثابت بولتزمن می‌باشد.

چنانچه به جای استفاده از تقریب پلاسمایی از معادله پواسون استفاده کنیم رابطه پاشندگی چنین خواهد بود:

$$\frac{\omega}{k} = \left(\frac{KT_e}{M_i} \frac{1}{1+k^2 \lambda_D^2} + \frac{\gamma_i KT_i}{M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

λ_D طول موج دمای الکترون می‌باشد. برای امواج با طول موج کوتاه ($\lambda_D^2 k^2 \gg 1$)

و در حد $T_i \rightarrow 0$ داریم:

$$\omega^2 = k^2 \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 M k^2} = \frac{n_0 e^2}{M \epsilon_0} \equiv \omega_{p_i}^2 \quad (6)$$

ω_{pi} فرکانس یونی پلاسما است. برای فرکانس‌های بالا موج یون صوت به موجی با فرکانس ثابت تبدیل می‌شود [۶].

۳- نتایج شبیه‌سازی

در روش شبیه‌سازی مذکور مجموعه‌ای از میلیون‌ها ذره را داخل جعبه‌ای در نظر می‌گیریم. سپس کلیه شرایط مسئله واقعی (اعم از میدان‌ها، پتانسیل، دما و توزیع حرارتی) را به این ذرات اعمال می‌کنیم. به این ترتیب سیستمی شبیه سیستم واقعی داریم که می‌توان رفتار آن را مورد بررسی قرار داد. در روش مذکور الکترون‌ها در حال تعادل حرارتی می‌باشند و چگالی آن‌ها از معادله بولتزمن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n_e = n_0 e^{e\phi/KT_e} \quad (7)$$

T_e دمای الکترون، ϕ پتانسیل الکتریکی، K ثابت بولتزمن و n_0 چگالی حالت تعادل است.

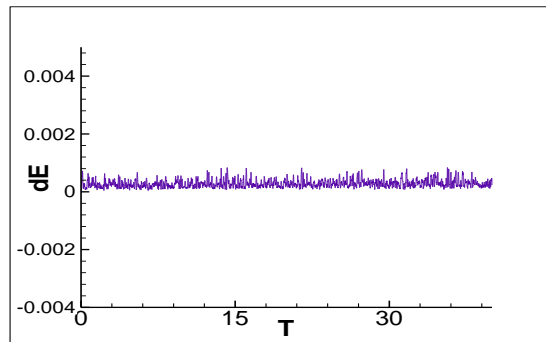
دینامیک یون‌ها به صورت ذره‌ای بررسی شده است. بدین منظور ابتدا یک شبکه یک بعدی در نظر گرفته‌ایم. این شبکه دارای N_g نقطه می‌باشد؛ چگالی یون بر روی شبکه از طریق وزن‌دهی محاسبه می‌گردد. سپس به کمک چگالی یون و الکترون با حل معادله پواسون، میدان الکتریکی محاسبه شده در مرحله بعد از طریق درون‌یابی میدان در مکان ذرات محاسبه می‌گردد و بعد از محاسبه نیروی وارد بر ذرات سرعت و مکان آن‌ها در یک گام زمانی دچار تحول می‌گردد [۷، ۸].

به منظور بررسی رابطه پاشندگی امواج یون صوت ابتدا اختلالی با دامنه کوچک در نظر می‌گیریم. با محاسبه میدان الکتریکی بر روی نقاط شبکه، $E(x,t)$ را در هر گام زمانی محاسبه می‌کنیم سپس با استفاده از تبدیل فوریه، $E(k,\omega)$ را به دست می‌آوریم [۹]. پس از آن با محاسبه انرژی، که با E^2 متناسب می‌باشد، در هر مرحله به ازای تمامی k فرکانس وابسته به ماکزیمم انرژی را به دست می‌آوریم. بدین ترتیب با در دست داشتن فرکانس و عدد موج مناسب در هر مرحله می‌توان منحنی پاشندگی موج یون صوت را رسم نمود. شبیه‌سازی به ازای پارامترهای داده شده در جدول ۱ انجام شده است.

به عنوان آزمون درستی کد شبیه‌سازی، نمودار مربوط به خطای نسبی انرژی (dE) در شکل ۱ نشان داده شده است.

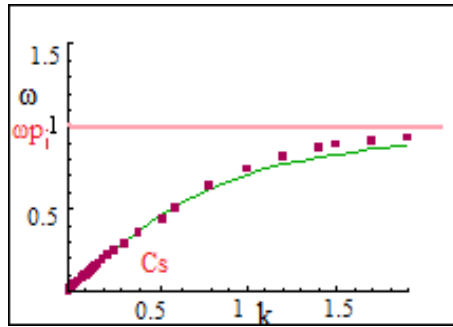
جدول ۱: پارامترهای شبیه‌سازی.

| | |
|--------|--------------------------|
| 10^6 | تعداد ذرات (Np) |
| ۱۰۰ | تعداد نقاط شبکه (Ng) |
| ۱۰ | طول جعبه شبیه‌سازی (L) |
| ۰٫۱ | پای شبکه (Δx) |
| ۵ | عدد موج (k) |
| ۰٫۰۱ | گام زمانی (Δt) |

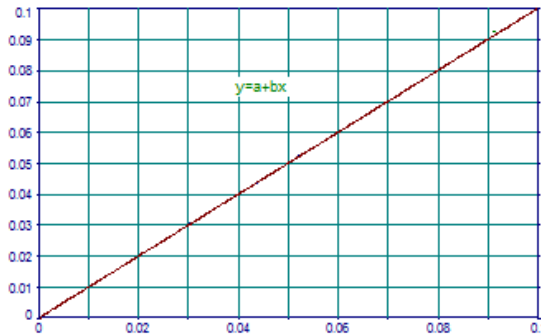


شکل ۱: نمودار خطای نسبی انرژی بر حسب زمان.

در شکل ۲ نمودار پاشندگی موج یون صوت با استفاده از شبیه‌سازی و همچنین نمودار تحلیلی پاشندگی نشان داده شده است. بی بعدسازی را به گونه‌ای انجام داده‌ایم که X (مکان) به λ_D و t (زمان) به $1/\omega_{pi}$ بی بعد شده است و سرعت‌ها به C_s بی بعد شده‌اند. زمان لازم برای اجرای برنامه $t\omega_{pi}=1.5$ است. طبق نتایج تحلیلی که در بخش اول ذکر شده است (رابطه (۴)) انتظار داریم شیب نمودار پاشندگی (C_s) که از طریق شبیه‌سازی به دست آمده است، برای k های کوچک برابر با ۱ باشد. این مطلب در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲: نمودار پاشندگی موج یون صوت پلاسما.



شکل ۳: نمودار شکل ۲ که روی عدد موج های کوچک بزرگنمایی شده است شیب نمودار $h=1,026$ سرعت خطی موج یون صوت (C_s) می باشد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله ضمن طراحی و نوشتن یک گد شبیه سازی ذره های رابطه پاشندگی امواج یون صوت در پلاسما را مورد بررسی قرار داده و نشان دادیم این گد در رژیم خطی به خوبی کار می کند و نتایج به دست آمده منطبق بر نتایج تحلیلی می باشند. امواج یون صوت در پلاسما برای فرکانس های بالا (طول موج های کوچک) به امواج با فرکانس ثابت تبدیل می شوند که این فرکانس ثابت، فرکانس موج یونی پلاسما می باشد و برای فرکانس های پایین (طول موج های بلند) دارای سرعت ثابت (C_s) هستند.

- [1] F. Valentini, T.M. O'Neil, O.H.E. Dubin; "Decay instability of electron-acoustic waves"; *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **13** (2008) 215.
- [2] S. Sultana, G. Sari, and I. Kourakis; "Modelling of ion-acoustic shocks in superthermal plasmas"; Proceedings of the 30th International Conference on Phenomena in Ionized Gases (ICPIG), Belfast (2011) p. A4-425.
- [3] R.D. Sydora, F. Detering, W. Rozmus, Y. Yu. Bychenkov, A. Brantov, and C.E. Capjack; "Collisional particle simulation of ion acoustic instability"; *Journal of Plasma Physics* **72** (2006) 1295-1298.
- [4] K. Patel; "Observation of ion waves in two dimensional particle simulation of field-assisted plasma expansion"; *Journal of Applied Physics* **81** (1997) 6622.
- [5] P. Hillenger, P. Tranicek, and J. Douglas Menietti; "Effective collision frequency due to ion-acoustic instability: Theory and simulations"; *Geophysical Research Letters* **31** (2004) L10806.
- [6] F.F. Chen; "*Introduction to Nonlinear Fluid-Plasma Waves*"; Kluwer Academic Publishers (1988).
- [7] D.E. Potter, "*Computational Physics*"; Wiley-interscience Publication (1973).
- [8] C.K. Birdsall and A.B. Langdon; "*Plasma Physics Via Computer Simulation*"; Institute of Physics Publishing (1995).
- [9] D.K. Callebaut and G.K. Karvyla; "Nonlinear Fourier Analysis for Unmagnetized Plasma Waves", *Phys. Scr.* **68**, No. 1 (2003) 7-21.