

Study and Calculation of Casimir Force between Rough Dielectric Medias

A.A. Masoudi¹
F. Mohammad Dezashibi²

Received: 2015.5.7
Accepted: 2015.5.19

Abstract

In this study we investigate The Casimir force on the rough dielectric surfaces. In order to accomplish this goal we simulated a 2D rough dielectric surface in das-sarma model as one of the discrete models of MBE and then we calculated the Casimir force by using the Lifshitz relation when it is approximated for small separations. At the final stage we calculated the repulsive force of two surfaces as a function of separation. The results show that both forces relate directly to the roughness and change over separation inversely, but the attraction force changes over separation more rapid than the repulsive force.

Keywords: Casimir force, MBE growth model, Roughness effect.

¹ Professor of Physics, Alzahra University, masoudi@alzahra.ac.ir

² M. Sc. Physics Student, Alzahra University

بررسی و محاسبه نیروی کازیمیر بین سطوح زبر دی الکتریک

امیرعلی مسعودی^۱
فاطمه محمد دزاشیبی^۲

تاریخ دریافت: ۹۴/۲/۱۷

تاریخ تصویب: ۹۴/۲/۲۹

چکیده

هدف ما در این پژوهش، بررسی نیروی کازیمیر بر روی سطوح دی الکتریک زبر است. در این بررسی، پس از شبیه سازی سطح یک دی الکتریک با مدل رشد MBE و مدل گسسته داس-سارما در فضای دو بعدی، مشخصات سطح را به دست آورده با استفاده از آن نیروی کازیمیر بین یک سطح زبر و یک سطح صاف را از رابطه لیفشیتز- با تقریب برای فواصل کم- به دست آوردیم. در آخر برای یک حالت خاص، نیروی کازیمیر دافعه را برای دو سطح بر حسب

^۱ استاد فیزیک، دانشگاه الزهراء؛ masoudi@alzahra.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشگاه الزهراء

فاصله محاسبه کردیم. نتایج نشان می‌دهند هر دو نیرو با زبری رابطه مستقیم و با فاصله صفحات نسبت عکس دارد و نیروی دافعه نسبت به نیروی جاذبه با شیب کمتری تغییر می‌کند.

واژه‌های کلیدی: نیروی کازیمیر، مدل MBE، اثر زبری.

۱. مقدمه

در سال ۱۹۴۸ کازیمیر [۱] با پیشروی در قواعد عمومی نظریه کوانتومی میدان الکترومغناطیسی، نشان داد که دو صفحه بدون بار و رسانای کامل که در فضای خلاء قرار گرفته‌اند، باید یکدیگر را با نیروی F وارد بر واحد سطح جذب کنند:

$$F = -\frac{\pi^2 c \hbar}{240 a^4}, \quad (1)$$

که در آن a فاصله بین صفحات، c سرعت نور و \hbar ثابت پلانک است. این پیش بینی بعدها از طریق تجربه نیز تأیید شد [۲]. تحقیق در مورد محاسبات ساده تر باعث شد تا پدیده کازیمیر به این گونه شناخته شود: یک تغییر در انرژی نقطه صفر کوانتومی در اثر وجود دو صفحه فلزی که باعث تولید یک نیروی ماکروسکوپی بین صفحات می‌شود [۳]. در نتیجه، نیروی کازیمیر بین دو صفحه با ابعاد L را می‌توان به صورت زیر نوشت [۴]:

$$F_c = -\Delta E'(d) = -\left(\frac{\pi^2 \hbar c}{240 d^4}\right) L^2. \quad (2)$$

اولین سری از اندازه گیری‌های دقیق نیروی کازیمیر در سال ۱۹۹۸ بین یک صفحه فلزی و یک کره فلزی انجام شد. صفحات با جنس مختلف، مانند آلومینیوم-آلومینیوم، طلا-طلا و برای فلزات غیر مشابه مثل مس-طلا انتخاب شدند. این آزمایش‌ها نقش تصحیح رسانایی محدود را بر نیروی کازیمیر نشان دادند. برای مثال، نیروی کازیمیر بین یک کره طلا و یک صفحه طلا در فاصله ۱۵۰ نانومتر می‌تواند تا ۳۰ درصد کوچک تر از



نیروی بین دو فلز کامل باشد. به علاوه، تأثیر زبری سطح بر نیروی کازیمیر به طور تجربی دیده شده است. در فواصل کوچک تأثیر زبری می تواند تا ۲۰ درصد از نیرو را به خود اختصاص دهد. در سری بعد اندازه گیری ها تلاش شده است که نیروی بین کره فلزی و یک صفحه سیلیکان تخمین زده شود.

در اولین گام از این تحقیقات، اف. چن و همکارانش نشان دادند که بزرگی نیروی کازیمیر می تواند با استفاده از نمونه های سیلیکان با چگالی های مختلف تغییر کند. سپس آن ها نیروی کازیمیر بین یک کره با پوشش طلا و لایه ای از سیلیکان را اندازه گیری کردند. از آن جا که سیلیکان، ماده پایه در نانو ساخت ها است کنترل نیروی کازیمیر برای سطح سیلیکا باعث استفاده های گوناگون در نانو تکنولوژی می شود. سری دیگری از اندازه گیری ها در مایعات انجام شده است. اخیراً در یک تلاش، ماندی و همکارانش نیروی کازیمیر بین کره با پوشش طلا و یک صفحه در اتانول را اندازه گیری کردند که تقریباً ۸۰ درصد کمتر از نیرو برای دو فلز ایده آل در خلاء است. با انتخاب مناسب صفحات، ماندی و همکارانش موفق شدند که نیروی دافعه کازیمیر را بین کره طلا و صفحه سیلیکا که در برومو بنزن قرار گرفته اند به دست آورند که این نخستین آزمایشی بود که در آن نیروی کازیمیر دافعه در آن مشاهده شد.

نیروی کازیمیر به محدوده گسترده ای از فیزیک مربوط می شود، از فیزیک ماده چگال، فیزیک ذرات بنیادی تا گرانش و کیهان شناسی. به خصوص نانو تکنولوژی، یکی از مهم ترین موارد استفاده از این نیرو است.

۱-۱. وابستگی به شکل و نوع ماده

در سال ۱۹۵۶ لیفشیتز، نیروی کازیمیر را برای مواد واقعی در اشکال مسطح، بر پایه نظریه نوسان-اتلاف بسط داد. نظریه لیفشیتز وابسته به دانستن ضریب دی الکتریک مرزها بر حسب فرکانس است. برای دو صفحه موازی با ضرایب دی الکتریک ϵ_1 و ϵ_2 که در یک ماده با ضریب دی الکتریک ϵ_3 قرار گرفته اند، انرژی کازیمیر بر واحد سطح بر اساس نظریه لیفشیتز از رابطه زیر به دست می آید:



$$E_c = \frac{\hbar}{4\pi^2 c^2} \int_1^\infty p dp \int_0^\infty \xi^2 \varepsilon_3 [\ln(1 - \Delta_{31}^{(1)} \Delta_{32}^{(1)} e^{-x}) + \ln(1 - \Delta_{31}^{(2)} \Delta_{32}^{(2)} e^{-x})] d\xi \quad (۳)$$

$$F_c(d) = -\frac{\partial}{\partial d} E_c(d) = -\frac{\hbar}{2\pi^2 c^3} \int_1^\infty p^2 dp \int_0^\infty \xi^3 \varepsilon_3^{3/2} [(\Delta_{31}^{(1)} \Delta_{32}^{(1)} e^{-x} - 1)^{-1} + (\Delta_{31}^{(2)} \Delta_{32}^{(2)} e^{-x} - 1)^{-1}] d\xi \quad (۴)$$

که در آن

$$\Delta_{3k}^{(1)} = \frac{s_k \varepsilon_3 - s_3 \varepsilon_k}{s_k \varepsilon_3 + s_3 \varepsilon_k}, \quad \Delta_{3k}^{(2)} = \frac{s_k - s_3}{s_k + s_3}, \quad x = \frac{2d \sqrt{\varepsilon_3} \xi p}{c}, \quad s_k = \sqrt{p^2 - 1 + \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_3}}. \quad (۵)$$

با دانستن وابستگی فرکانسی ضریب دی الکتریک ماده، می توان نظریه لیفشیتز را برای هر ماده ای و بین دو صفحه مسطح به کار برد. این نظریه عموماً پذیرفته شده است و بسیاری از آزمایش ها نیز آن را تأیید کرده اند [۴].

اما در مورد وابستگی نیروی کازیمیر به شکل ماده محاسبات گوناگونی انجام شده است. یکی از مشهورترین و پرکاربردترین تقریب ها، تقریب نیروی موضعی است (PFA). در این حالت نیروی بین دو جسم غیر مسطح (به عنوان مثال کره) به صورت جمع نیروی بین سطوح کوچک مسطح در نظر گرفته می شود:

$$E_{PFA}(a) = \iint_{\sigma} dx dy E(z(x, y)) \quad (۶)$$

که در آن a ، کمترین فاصله بین دو سطح است. به همین ترتیب، نیروی کازیمیر به صورت:

$$F_{PFA}(a) = -\frac{\partial E_{PFA}(a)}{\partial a} \quad (۷)$$

به دست می آید. با در نظر گرفتن این معادله، نیروی بین یک کره و یک سطح به صورت زیر محاسبه می شود [۵]:

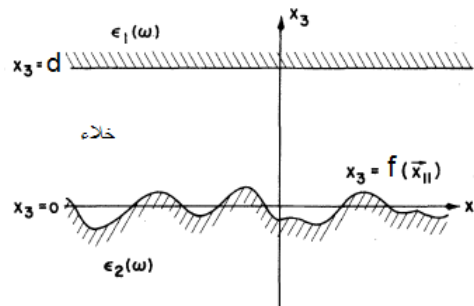
$$F^{SP}(a) = 2\pi R E^{PP}(a). \quad (۸)$$

که در آن نیروی بین دو صفحه مسطح می تواند همان نیروی اولیه کازیمیر باشد، و هم می تواند نیرویی باشد که در آن تصحیحات زبری و دمایی اعمال شده است. از این رابطه در شبیه سازی نیروی کازیمیر دافعه استفاده شده است.

۲-۱. تصحیحات زبری

تصحیحات زبری نقش مهمی را در محاسبات نیروی کازیمیر ایفا می کند. گزارش شده است که تصحیحات زبری می تواند تا ۲۰٪ از نیروی اندازه گیری شده را در یک اندازه گیری با کوچکترین فاصله در برگیرد. به هر حال، هنگامی که عملیات آماده سازی خاصی برای کاهش زبری سطح انجام شود، تصحیح زبری تا ۱٪ در کمترین فاصله کاهش می یابد. پس آنالیز دقیقی، برای تصحیح زبری برای مقایسه نتایج تجربی و نظری، لازم است [۴].

در این زمینه پژوهش های زیادی انجام شده است، یکی از آن ها بسط رابطه (۸) برای فواصل کم در حالتی است که زبری یکی از سطوح در نظر گرفته شده باشد، که تقریب فاصله کم به معنای کوچکتر بودن فاصله دو سطح از طول موج رزونانس صفحه است. طول موج رزونانس در حقیقت طول موجی است که در آن حداکثر جذب اتفاق می افتد. با توجه به نمودار ضریب جذب سیلیکا، طول موج جذب در حدود ۱۰ میکرومتر قرار دارد [۵]، در نتیجه ما نتایج خود را برای فواصل کوچک بین ۲۰۰ تا ۵۰۰ نانومتر در نظر گرفتیم.



شکل ۱. تصویری از دو صفحه دی الکتریک وقتی یکی از صفحات زبر در نظر گرفته شود.

در این حالت جملاتی به رابطه اضافه می شود که وابسته به پهنای مرز و طول همبستگی است [۶]:

$$F_c(d) = -\frac{C_3}{(d/a)^3} - \frac{\delta^2}{a^2} \left(\frac{C_4}{(d/a)^4} + \frac{C_5}{(d/a)^5} + \dots \right) + O\left(\frac{\delta^4}{a^4}\right) \quad (9)$$

که در آن

$$C_3 = \frac{1}{16\pi^2} \frac{\hbar}{a^3} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty dx x^2 \left(\frac{\beta(i\xi)}{\alpha(i\xi)} e^x - 1 \right)^{-1} = \frac{1}{8\pi^2} \frac{\hbar}{a^3} \int_0^\infty d\xi \sum_{n=1}^\infty \frac{\alpha(i\xi)^n}{\beta(i\xi)^n} \frac{1}{n^3}, \quad (10)$$

$$C_4 = \frac{3}{32\pi^{3/2}} \frac{\hbar}{a^3} \left[\int_0^\infty d\xi \frac{[\varepsilon_1(i\xi)-1][\varepsilon_2(i\xi)-1]^2}{[\varepsilon_1(i\xi)+1][\varepsilon_2(i\xi)+1]^2} + \int_0^\infty d\xi \frac{[\varepsilon_1(i\xi)+1][\varepsilon_2(i\xi)-1][7\varepsilon_2(i\xi)-5]}{[\varepsilon_2(i\xi)+1]} \right. \\ \left. \times \sum_{n=1}^\infty \frac{\alpha(i\xi)^n}{\beta(i\xi)^{n+1}} \frac{1}{n^3} + \frac{[\varepsilon_1(i\xi)-1][\varepsilon_2(i\xi)-1]^2}{[\varepsilon_2(i\xi)+1]} \sum_{n=1}^\infty \frac{\alpha(i\xi)^n}{\beta(i\xi)^{n+1}} \frac{1}{(n+1)^3} \right], \quad (11)$$

$$C_5 = \frac{6}{\pi^2} \frac{\hbar}{a^3} \int_0^\infty d\xi \frac{[\varepsilon_1(i\xi)+1]\varepsilon_2(i\xi)}{[\varepsilon_2(i\xi)+1]} \sum_{n=1}^\infty \frac{\alpha(i\xi)^n}{\beta(i\xi)^{n+1}} \frac{1}{n^4}, \quad (12)$$

در این رابطه، جمله اول همان تقریب رابطه لیفشیتز برای فواصل کم است. ثابت‌های، δ^2 به ترتیب مربع میانگین تابع سطح و طول همبستگی هستند و از اطلاعات زبری سطح به دست می آیند.

۳-۱. شبیه‌سازی

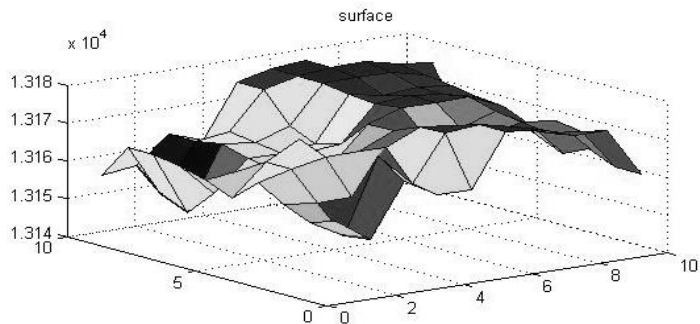
در سال‌های اخیر روش "شبیه‌سازی کامپیوتری" مانند یک انقلاب علمی شروع به کار کرده است. روش‌های گذشته فیزیک (و همین طور شیمی و بیولوژی) که به شاخه‌های تجربی و نظری تقسیم می‌شوند، در واقع به صورت نا کامل باقی ماندند. اما روش شبیه‌سازی کامپیوتر به عنوان سومین شاخه، مکمل دو روش سنتی قبلی شده است.

در مورد نیروی کازیمیر، شبیه‌سازی‌های گوناگونی تا کنون با فرضیات و روش‌های متفاوت انجام شده است. مثلاً؛ برای اشکال گوناگون [۷]؛ نیروی کازیمیر با استفاده از روش تانسورهای تنش [۸]؛ نیروی کازیمیر بین فلزات مایع [۹]. اما در نظر گرفتن زبری در روش‌های مختلف محاسبه نیروی کازیمیر، شیوه‌های متفاوتی دارد، مثلاً در روش پراکندگی، زبری به صورت ضریب بازتاب و سایر مشخصات اپتیکی سطح وارد روابط می‌شود. در این مقاله ما از روش الکترومغناطیسی بهره برده‌ایم و همان‌طور که در بالا گفته شد، در آن زبری به دو صورت وارد می‌شود: یکی با استفاده از روش تصحیح شکل [۱۰] و دیگری با استفاده از بسط رابطه لیفشیتز که اساس کار ما در این پژوهش است.

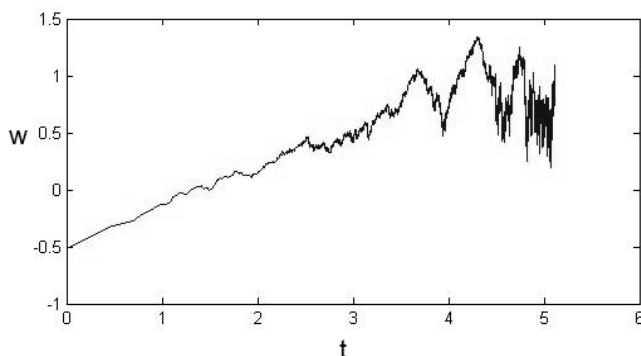
۲. روش کار

۲-۱. رشد سطح

برای به دست آوردن اطلاعات زبری سطح، باید شبیه‌سازی مدل گسسته رشد در هندسه مسطح انجام پذیرد. اما انتخاب این مدل گسسته به نوع ماده مورد نظر ما برای شبیه‌سازی بستگی دارد. هدف ما رشد یک ماده دی‌الکتریک است و برای این کار SiO_2 را که یک دی‌الکتریک خوب است انتخاب کردیم. یک مقایسه بین مؤلفه رشد و مؤلفه زبری که از آنالیز یک سطح رشد داده شده در آزمایشگاه به دست آمده (0/71 و 0/19) و مدل‌های مختلف موجود برای رشد سطح، به این نتیجه می‌رسیم که این نتایج بسیار نزدیک به پیش‌بینی‌های لای و داس - سارما هستند [۷]. مدل داس - سارما یک مدل رشد گسسته از مدل MBE می‌باشد که نتایج شبیه‌سازی مطابق با اطلاعات داده شده در مدل داس - سارما و نتایج رشد آزمایشگاهی می‌باشد [۸].



شکل ۲. نمودار سطح شبیه‌سازی شده سیلیکا.



شکل ۳. نمودار لگاریتمی پهنای سطح بر حسب زمان ($\beta = 0.2 \pm 0.01$)

۲-۲. محاسبه نیرو

برای به دست آوردن نیروی بین دو سطح SiO_2 نیازمند دانستن تابع ضریب دی الکتریک آن هستیم. تابع ضریب دی الکتریک SiO_2 طبق نتایج تجربی به دست آمده چنین است

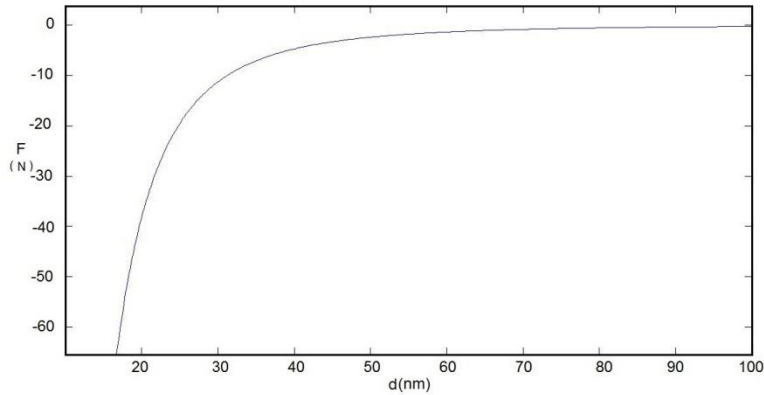
[۹]:

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{C_{UV}\omega_{UV}^2}{\xi^2 + \omega_{UV}^2} + \frac{C_{IR}\omega_{IR}^2}{\xi^2 + \omega_{IR}^2} \quad (13)$$

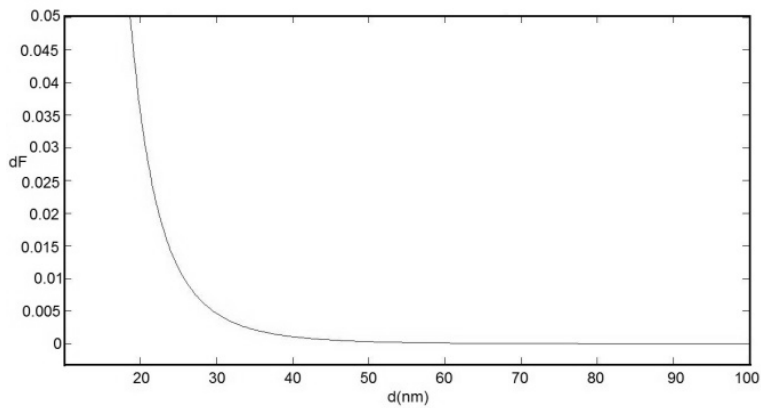
$$\begin{aligned} C_{UV} &= 1.098, & C_{IR} &= 1.703, \\ \omega_{UV} &= 2.033 \times 10^{16} \text{ rad/s}, & \omega_{IR} &= 1.88 \times 10^{14} \text{ rad/s}, \end{aligned} \quad (14)$$

مجله فیزیک کاربردی دانشگاه الزهراء^(ع)، سال پنجم، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۴ / ۸۳

برای تصحیح مقیاس و اندازه‌های به دست آمده از شبیه‌سازی، اندازه هر سایت را برابر عرض ملکول SiO_2 قرار می‌دهیم، که با توجه به طول پیوند و زاویه پیوند آن، برابر ۰,۱۵۱ نانومتر می‌شود.

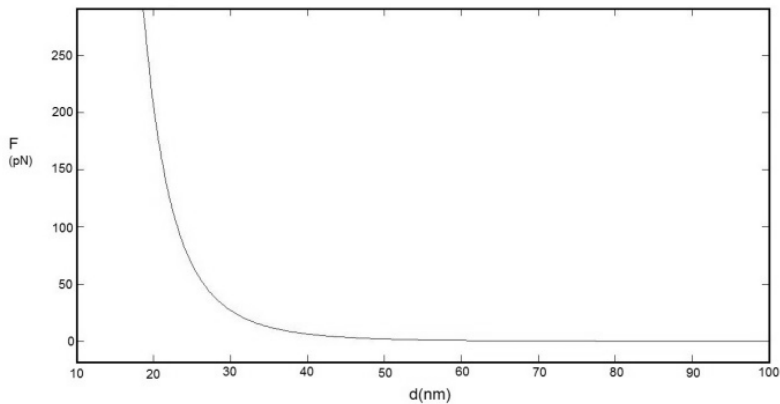


شکل ۴. نیروی بین دو صفحه سیلیکا وقتی یکی از صفحات زیر در نظر گرفته شده است.

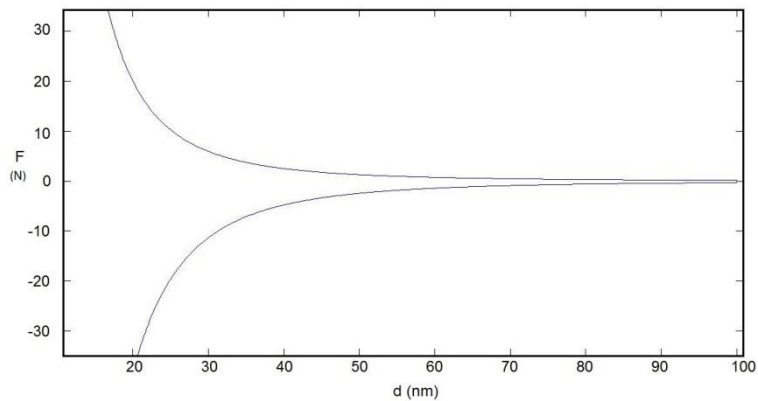


شکل ۵. تغییر نیرو در اثر وارد کردن تصحیحات زیری.

و اما در یک حالت خاص، در سال ۲۰۰۹ ماندی و همکارانش در آزمایشگاه با در نظر گرفتن این مسأله که اگر ضریب دی الکتریک ماده میانی همواره بین ضریب دی الکتریک دو ماده در برگیرنده آن باشد، نیروی کازیمیر دافعه می شود [۱۰]. در ادامه سعی کردیم این آزمایش را شبیه سازی کنیم، نتایج ما بسیار نزدیک به نتایج ماندی و همکارانش است.



شکل ۶. نیروی کازیمیر دافعه بین یک کره طلا با شعاع ۴۰ میکرومتر و یک صفحه زبر سیلیکا وقتی در بروموبنزن قرار گرفته اند.



شکل ۷. مقایسه بین نیروی بین دو صفحه سیلیکا و نیروی بین یک صفحه طلا و یک صفحه سیلیکا که در بروموبنزن قرار گرفته اند.

۳- نتیجه گیری

هدف ما در این پژوهش، بررسی تأثیر زبری بر روی نیروی کازیمیر بود. همانطور که می دانیم اجسام به طور کامل صاف یا صیقل نیستند و دارای زبری هستند، اما میزان این زبری به مقیاس اندازه گیری ها و ابعاد جسم بستگی دارد. در مورد نیروی کازیمیر دو نوع زبری را می توان در نظر گرفت، یک نوع زبری ساختگی مانند یک سطح ارّه ای، و نوع دیگر زبری طبیعی یک سطح. که اولی در مقیاس بزرگتر و دومی در ابعاد بسیار کوچک و فواصل بسیار نزدیک در نظر گرفته می شود. در این جا نوع دوم موضوع بررسی ما بود. در این حالت امواج الکترومغناطیسی به دام افتاده بین دو صفحه با برخورد به صفحات بازتاب می کنند، اما به دلیل آن که صفحات، بازتاب کننده کامل نیستند بازتاب کامل صورت نمی گیرد و امواجی که بین دو صفحه قرار می گیرند نسبت به حالت بازتاب کامل انرژی کمتری دارند، در واقع از لحاظ کوانتومی، با افزایش پراکندگی، احتمال به وجود آمدن امواجی که فاصله دو صفحه مضرب صحیحی از نصف طول موج آن ها باشد، کمتر می شود و آنگاه امواج کمتری بین دو صفحه قرار می گیرند. در نتیجه فشار بیرونی نسبت به فشار درونی بیشتر می شود که خود باعث افزایش نیروی کازیمیر می گردد. این نتیجه به صورت عددی در نمودارها دیده شده است. اما با دور کردن صفحات از هم، وارد مقیاس بزرگتری از فاصله می شویم که در این حالت نیروی کازیمیر به شدت افت می کند و در نهایت تغییرات آن نیز به شدت کاهش می یابد. در واقع مقدار تغییرات همواره حدود ۰,۰۶ درصد است.

۴- منابع

- [1] H.B.G. Casimir, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **51** (1948) 793.
- [2] V.V. Nesterenko, G. Lambiase, and G. Scarpetta; "Calculation of the Casimir energy at zero and finite temperature: Some recent results"; *Riv. Nuovo. Cim.* **27**, No. 6 (2004)1-74.
- [3] Ph.A. Martin and P.R. Buenzli; "The Casimir Effect"; *Acta Phys. Polonica B* **37** (2006) 2503-2559.

[4] B. Yiliang; "Casimir force on nanostructured surfaces: Geometry and finite conductivity effects"; Publication Number: AAT 3467603; ISBN: 9781124795553; Advisor: H. B. Chan.

[۵] R. Kitamura, L. Pilon, and M. Jonasz; "Optical constants of silica glass from extreme ultraviolet to far infrared at near room temperature"; *Applied Optics* **46**, No. 33 (2007) 8118-8133.

[6] A.A. Maradudin and P. and Mazur; "Effects of surface roughness on the van der waals force between macroscopic bodies"; *Phys. Rev. B* **22** (1980) 1677-1686.

[7] E. Tasci; "Simulation of the Casimir effect for various geometries"; Approval of the Graduate School of Natural and Applied Sciences (2002).

[8] D. Dantchev and M. Krech; "Critical Casimir force and its fluctuations in lattice spin models: Exact and Monte Carlo results"; *Phys. Rev. E* **69** (2004) 046119.

[9] R. Esquivel-Sirvent and J.V. Escobar; "Casimir force between liquid metals"; *EPL* **107** . (2014) 40004.

[۱۰] الناز رقامی، لیلا هدایتی فر، امیرعلی مسعودی، "شبییه سازی تاثیر زبری سطح روی انرژی کاسیمیر بین دو صفحه‌ی فلزی موازی در حد فواصل زیاد"، چهاردهمین سمینار ملی مهندسی سطح (۱۳۹۲).

[11] A. Yanguas-Gil, J. Cotrino, F. Yubero, and A.R. Gonzalez-Elipse; "Growth mechanisms of SiO₂ thin films prepared by plasma enhanced chemical vapor deposition"; *Surface and Coatings Technology* **200** (2005) 881-885.

[12] A. Barabasi, L. Stanley, and H. Eugene; "Fractal Concepts in surface growth"; Cambridge University Press (1995).

[13] M. Bordag, G.L. Klimchitskaya, U. Mohideen, and V.M. Mostepaneko; "Advances in the Casimir Effect"; Oxford University Press, Oxford (2009).

[14] J.N. Munday, F. Capasso, and V. Adrian Parsegian; "Measured long-range repulsive Casimir-Lifshitz force"; *Nature* **457** (2009) 170-173.