

Research Paper

## Controlling the Optical Bistability via External Magnetic Field in a Coherent Atomic Medium<sup>1</sup>

Hossein Jafarzadeh<sup>2</sup>

Received: 2020.01.30

Accepted: 2020.04.19

### Abstract

A four-level inverse Y-type atomic system with a microwave-driven field contained in a unidirectional ring cavity is proposed for controlling the optical bistability behavior with application on all-optical switching. Two circularly polarized components from a weak linearly-polarized probe beam are interacted separately by two transitions of this medium. A coherent coupling field derived another atomic transition. Under the steady state condition, we can control the occurrence of the optical bistability by modulating different parameters, such as the probe detuning ( $D_p$ ), the electronic cooperation parameter ( $C$ ), the magnitude of electromagnetic field ( $B$ ), and left- or right- handed circular polarized beams. Also, it is found that the stable output field of the optical cavity can be controlled by adjusting the intensity of the input field. It is demonstrated that the transmission coefficient of two orthogonally polarized beams at different frequencies can be achieved by adjusting the magnitude of the external magnetic field. It is found that the threshold of the optical bistability can be controlled by the magnitude of the external magnetic field. Also, it is shown that the optical bistability can be converted to optical multistability by switching the two orthogonally polarized beams. In this paper, in the case of the steady-state and transient response, we investigated the effect of external magnetic field on optical bistability of a four-level atomic system in the presence of strong coherent laser beam. Here, a laser probe signal consists of two left- and right- handed circular polarized beams which are interacted by two different transitions. The optical system provides a new experimental method to test optical bistability theory.

**Keywords:** *Optical Bistability, Optical Multistability, Atomic System, Left-handed Circular Polarized, Right-handed Circular Polarized.*

**PACS No:** 270.0270.

---

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/jap.2020.29129.1144

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Physics, Tabriz branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.  
Email: h\_jafarzadeh56@yahoo.com

## مقاله پژوهشی

# کنترل دوپایایی نوری سیستم اتمی همدوس با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی<sup>۱</sup>

حسین جعفرزاده<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۱۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۱/۳۱

### چکیده

یک سیستم اتمی چهار ترازی نوع ۷ معکوس را در نظر می‌گیریم که در داخل یک کواکب حلقوی یک سویه قرار گرفته و با یک میدان موج کوتاه در حال اندکش است و هدف ما کنترل رفتار دوپایایی نوری آن است که در سوئیچ زنی تمام نوری کاربرد دارد. دو مؤلفه قطبش دایره‌ای یک پرتو کاونده قطبیده خطی ضعیفی را در نظر می‌گیریم که با این محیط مادی در اندکش‌اند و با گذار متفاوتی از هم متمایز شده‌اند. یک میدان جفت‌کننده همدوس نیز با گذار اتمی متفاوتی می‌تابایم. تحت شرایط حالت پایا، می‌توانیم موقع دوپایایی نوری را با تغییر پارامترهای مختلفی نظیر نامیزانی فرکانسی میدان کاونده ( $D_p$ )، پارامتر مشارکت الکترونیکی (C)، بزرگی میدان الکترومغناطیسی (B) و همینطور با میدان قطبیده دایره‌ای چیزگرد یا راستگرد کنترل کنیم. همچنین، می‌توان دریافت که میدان خروجی پایدار کواکب نوری را با تنظیم شدت میدان ورودی می‌توان کنترل کرد. نشان داده شده است که میزان گذار دوپرتوی قطبیده

<sup>۱</sup> DOI: 10.22051/jap.2020.29129.1144

<sup>۲</sup> استادیار، گروه فیزیک، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.  
h\_jafarzadeh56@yahoo.com

## ۳۲ / کنترل دوپایایی نوری سیستم اتمی همدوس با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی

متعامد را در فرکانس‌های مختلف می‌توان با تنظیم شدت میدان خارجی به دست آورد. می‌توان پی برد که آستانه دوپایایی نوری را با بزرگی میدان مغناطیسی خارجی می‌توان کنترل کرد. همچنین مشاهده می‌شود با جابه‌جایی دو پرتوی قطبیه متعامد، می‌توان دوپایایی نوری را به چندپایایی نوری تبدیل کرد. در مقاله حاضر، در حالت پایا و پاسخ گذرا، تأثیر میدان مغناطیسی خارجی را بر دوپایایی نوری یک سیستم اتمی چهارترازی در حضور پرتوی لیزری همدوس قوی بررسی کردہ‌ایم. در اینجا، میدان کاونده شامل دو قطبش چپ‌گرد و راست‌گرد است، که هریک با گذار متفاوتی برهمکنش می‌کنند. به کمک ادوات و سیستم‌های نوری پیشرفت می‌توان نظریه دوپایایی نوری را به روش آزمایشگاهی جدیدی نیز بررسی و تأیید کرد.

**واژگان کلیدی:** دوپایایی نوری، چندپایایی نوری، سیستم‌های اتمی، قطبش

چپ‌گرد، تطبیش راست‌گرد.

.270.0270: PACS کد

### ۱. مقدمه

با اختراع و توسعه لیزر، علوم جدیدی نظری اپتیک غیرخطی و اپتیک کوانتموی به وجود آمد. در اپتیک غیرخطی معمولاً پدیده‌هایی بررسی می‌شود که ناشی از برهمکنش مواد با نور لیزر (همدوس و پرشدت) است. یکی از پدیده‌هایی که در حوزه اپتیک غیرخطی مورد توجه بسیاری قرار گرفته، شفافیت القایی الکترومغناطیسی است [۱]. در این پدیده، میدان لیزری قوی سبب ایجاد همدوسی اتمی می‌شود و در نتیجه، سبب شفافیت محیط اتمی برای یک سیگنال لیزری ضعیف می‌شود. در واقع، شفافیت القایی الکترومغناطیسی روشی جدید برای کنترل جذب و پاشندگی در محیط‌های اتمی است. کلی تر آنکه، در این روش به واسطه وجود میدان لیزری قوی، میدان ضعیف در سیستم اتمی جذب نمی‌شود. این تکنیک به مشاهده پدیده‌های پیش‌بینی ناپذیر بسیاری در اپتیک غیرخطی و اپتیک کوانتموی انجامیده است [۶-۷]. یکی از این پدیده‌ها که مورد توجه بسیاری از محققان حوزه اپتیک و فوتونیک قرار گرفته است، کنترل دوپایایی و چندپایایی نوری است [۷]. نشان داده‌اند که شفافیت القایی الکترومغناطیسی سبب کاهش شدت آستانه دوپایایی نوری یا در برخی موقع سبب ایجاد چندپایایی نوری شده است. این پدیده به علت کاربرد بسیار گسترده آن در حوزه نور و سوئیچ زنی تمام نوری، مورد توجه خیلی از محققان واقع شده است. دوپایایی و چندپایایی نوری به این اشاره دارد که به ازای هر ورودی در داخل کاواک یک سویه که شامل ماده غیرخطی است، دو یا چند خروجی داریم. پیشنهادهای بسیاری برای ایجاد دوپایایی

و چندپایایی در سیستم‌های اتمی و نانوساختارها ارائه شده است [۱۳۸]. برای مثال، کنترل فازی دوپایایی نوری بر پایه همدوسی ناشی از بی‌اکسیتون در نانوساختار نقطه کوانتموی بررسی شده است. در اینجا نشان داده‌اند که با اعمال دو میدان کنترلی که ترازهای اکسیتونی را به تراز بی‌اکسیتونی جفت کرده، به تداخل کوانتموی سازنده می‌انجامد و سبب ایجاد همدوسی اضافه در سیستم می‌شود و این همدوسی را ناشی از بی‌اکسیتون می‌نامند [۵]. رفتار دوپایایی و چندپایایی نوری در ساختار دی‌الکتریک آلاییده با تک‌لایه گرافینی نیز بررسی شده است. در این حالت نشان داده‌اند که شدت آستانه دوپایایی با کنترل فرکانس رابی و نامیزانی فرکانسی و فاز نسبی، میدان‌های لیزری کنترل پذیر است. همچنین، اثر ضخامت لایه نقص بر دوپایایی و چندپایایی نوری بررسی شد [۶]. در این مقاله، با استفاده از یک میدان مغناطیسی خارجی و یک میدان کنترل، دوپایایی نوری را یک سیستم اتمی چهارترازه بررسی می‌کنیم. نشان می‌دهیم که آستانه شدت دوپایایی نوری برای قطبش چپ گرد و راست گرد میدان کاونده ضعیف که با دو گذار مختلف برهمکنش می‌کند، در شرایطِ عامل میدان مغناطیسی متفاوت است.

## ۲. مدل و معادلات

سیستم اتمی چهارترازه شکل ۱ را در نظر می‌گیریم. یک سیگنال کاونده با دو قطبش چپ گرد و راست گرد با فرکانس‌های رابی  $W_{p+}$  و  $W_{p-}$  به ترتیب، تراز  $|3\rangle$  را به ترازهای  $|2\rangle$  و  $|1\rangle$  جفت می‌کند. سیگنال لیزری کنترل با فرکانس رابی  $W_c$ ، تراز  $|3\rangle$  را به تراز  $|4\rangle$  جفت می‌کند. با استفاده از معادله شرویدینگر می‌توان معادله حرکت را برای ماتریس چگالی به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\rho} = \frac{-i}{\hbar} [H, \rho] \quad (1)$$

معادله (۱) را معادله حرکت ماتریس چگالی می‌نامند که به معادله لیوویل معروف است. واضح است که اگر ماتریس هامیلتونی  $H$  سیستم معلوم باشد، عناصر  $\dot{z}_{\alpha\beta}$  ماتریس مشتق چگالی با توجه به رابطه (۱) به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{-i}{\hbar} \sum_k (H_{ik}\rho_{kj} - \rho_{ik}H_{kj}) \quad (2)$$

هامیلتونی کل عبارت است از مجموع سه هامیلتونی برهمکنش  $H_1$  و  $H_2$  و  $H_3$  و یک هامیلتونی انرژی آزاد سیستم که با  $H_0$  نشان داده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + H_3 \quad (3)$$

که در آن،

### ۳۴ / کنترل دوپایابی نوری سیستم اتمی همدوس با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی

$$H_0 = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| + \hbar\omega_3|3\rangle\langle 3| + \hbar\omega_4|4\rangle\langle 4|$$

$$H_1 = -\hbar\Omega_{p-}e^{-i\omega_{\sigma-t}}|3\rangle\langle 1| + H.C$$

$$H_2 = -\hbar\Omega_{p+}e^{-i\omega_{\sigma+t}}|3\rangle\langle 2| + H.C \quad (4)$$

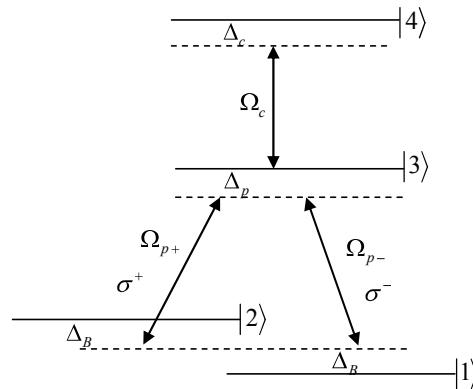
$$H_3 = -\hbar\Omega_c e^{-i\omega_{ct}}|4\rangle\langle 3| + H.C$$

و  $\hbar\omega_i$  نشاندهنده انرژی تراز  $|i\rangle$  است.

با جاگذاری (4) در (۳) می‌توان در تصویر اندرکنش، هامیلتونی  $4 \times 4$  توصیف برهمنکش اتم با میدان‌های لیزری را به صورت زیر نوشت،

$$H_{int} = 2\Delta_B|2\rangle\langle 2| + (\Delta_B + \Delta_p)|3\rangle\langle 3| + (\Delta_B + \Delta_p + \Delta_c)|4\rangle\langle 4| - (\Omega_{p-}|3\rangle\langle 1| + \Omega_{p+}|3\rangle\langle 2| + \Omega_c|4\rangle\langle 3|) + h.c \quad (5)$$

در اینجا، پارامترهای نامیزداني فرکانسی  $w_{43} = w_c - w_{43}$  و  $D_c = w_c - D_B$  می‌باشد. در اینجا  $w_{ij} = w_{31} - D_B - w_p = w_{32} + D_B - w_p$  اختلاف انرژی بین ترازهای  $|i\rangle$  و  $|j\rangle$  است.  $D_B$  جابه‌جایی اثر زیمان به علت وجود میدان مغناطیسی بین ترازهای  $|1\rangle$  و  $|2\rangle$  است. اگر میدان مغناطیسی به سیستم اعمال نشود و برابر صفر باشد،  $D_B = 0$  می‌شود.



شکل ۱ سیستم اتمی مورد بررسی.

با جاگذاری هامیلتونی (5) در (۲)، و بسط جملات مربوط می‌توان عناصر  $J_{ij}\rho_{ij}$  را به صورت رفتار دینامیکی سیستم، توسط ماتریس چگالی به صورت زیر بیان کرد،

$$\frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = \gamma_{31}\rho_{33} + i\Omega_{p-}\rho_{31} - i\Omega_{p-}\rho_{13},$$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = \gamma_{32}\rho_{33} + i\Omega_{p+}\rho_{32} - i\Omega_{p+}\rho_{23},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} = & -(\gamma_{31} + \gamma_{32})\rho_{33} + \gamma_{43}\rho_{44} + i\Omega_{p-}\rho_{13} - i\Omega_{p-}\rho_{31} + i\Omega_{p+}\rho_{23} - i\Omega_{p+}\rho_{32} \\ & + i\Omega_c\rho_{43} - i\Omega_c\rho_{34}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho_{44}}{\partial t} = -\gamma_{43}\rho_{44} + i\Omega_c\rho_{34} - i\Omega_c\rho_{43}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -2i\Delta_B\rho_{21} + i\Omega_p\rho_{31} - i\Omega_p\rho_{23},$$

$$\frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = -\left[i(\Delta_B + \Delta_p) + \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2}\right]\rho_{31} + i\Omega_p(\rho_{11} - \rho_{33}) + i\Omega_p\rho_{21} + i\Omega_c\rho_{41},$$

$$\frac{\partial \rho_{41}}{\partial t} = -\left[i(\Delta_B + \Delta_p + \Delta_c) + \frac{\gamma_{43}}{2}\right]\rho_{41} + i\Omega_c\rho_{31} - i\Omega_p\rho_{43},$$

در اینجا فرض می‌کنیم که مجموعه‌ای از این اتم‌ها با طول L درون یک کواکسیک سویه قرار گرفته‌اند (شکل ۲). شدت بازتابش و ضریب انتقال هریک از آینه‌ها با R و T نشان داده می‌شود که (R+T=1) است. فرض می‌کنیم که آینه‌های ۳ و ۴ بازتابش کامل دارند. معادله موج الکترومغناطیسی برابر است با

$$E_{p+(-)}e^{i\omega_pt} + E_ce^{i\omega_ct} + c.c \quad (7)$$

که ( $E_{p-}$ ) ( $E_p$ ) دامنه موج الکترومغناطیسی میدان کاونده با قطبش راست گرد (چپ گرد) است، که در داخل کواکسیک می‌چرخد و ( $E_c$ ) دامنه میدان کنترل است، که در داخل کواکسیک نمی‌چرخد. پاسخ دینامیکی به میدان کاونده با دو قطبش راست گرد و چپ گرد تحت معادلات ماسکول برابر است با

$$\frac{\partial E_{p+}}{\partial t} + c \frac{\partial E_{p+}}{\partial z} = \frac{i\omega_p N \gamma_{32}}{2\epsilon_0} \rho_{32} \quad (8)$$

$$\frac{\partial E_{p-}}{\partial t} + c \frac{\partial E_{p-}}{\partial z} = \frac{i\omega_p N \gamma_{31}}{2\epsilon_0} \rho_{31} \quad (9)$$

در شرایط پایا، معادلات (۸) و (۹) به معادلات زیر تبدیل می‌شود،

$$\frac{\partial E_{p+}}{\partial z} = \frac{iN\omega_p \mu_{32}}{2c\epsilon_0} \rho_{32} \quad (10)$$

$$\frac{\partial E_{p-}}{\partial z} = \frac{iN\omega_p \mu_{31}}{2c\epsilon_0} \rho_{31} \quad (11)$$

که در آن، میدان ( $E_{p+}^I$ ) ( $E_{p-}^I$ ) از طریق آینه M<sub>1</sub> وارد می‌شود و سپس با ماده‌ای به طول L برهمکنش می‌کند، در داخل کواکسیک می‌چرخد و سپس از طریق آینه M<sub>2</sub> خارج می‌شود (E<sub>p+</sub><sup>T</sup>) (E<sub>p-</sub><sup>T</sup>). شرایط مرزی میدان کاونده با دو قطبش راست گرد و چپ گرد در ابتدا و انتهای ماده به طول L برابر است با

$$E_{p+(-)}(L) = \frac{E_{p+(-)}^T}{\sqrt{T}} \quad (12)$$

$$E_{p+(-)}(0) = \sqrt{T}E_{p+(-)}^I + RE_{p+(-)}(L) \quad (13)$$

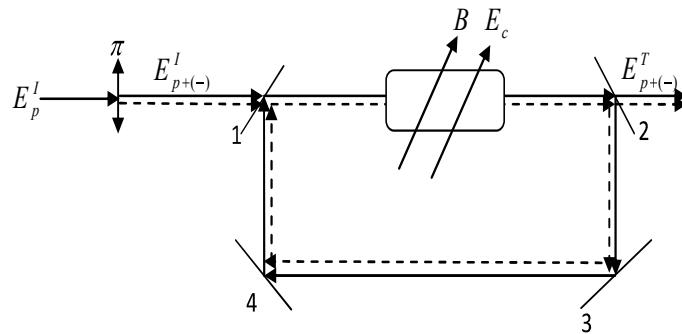
با استفاده از شرایط مرزی در مسئله، رفتار گذردهی میدان کاونده با دو قطبش راست گرد و چپ گرد در شرایط پایا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y = 2x - iC\gamma_{32}\rho_{32} \quad (14)$$

$$y = 2x - iC\gamma_{31}\rho_{31} \quad (15)$$

### ۳۶ / کنترل دوپایایی نوری سیستم اتمی همدوس با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی

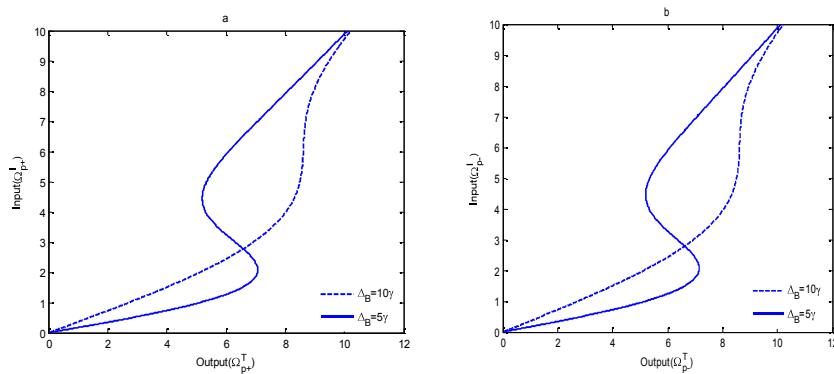
که  $x = nE_{p+(-)}^T/h\sqrt{T}$  و  $y = nE_{p+(-)}^I/h\sqrt{T}$  ورودی و خروجی بهنجارشده‌اند. رفتار دوپایایی ماده از حل همزمان معادلات (۱۴) و (۱۵) به همراه (۶) به دست می‌آید.



شکل ۲ کاواک حلقوی یکسویه.

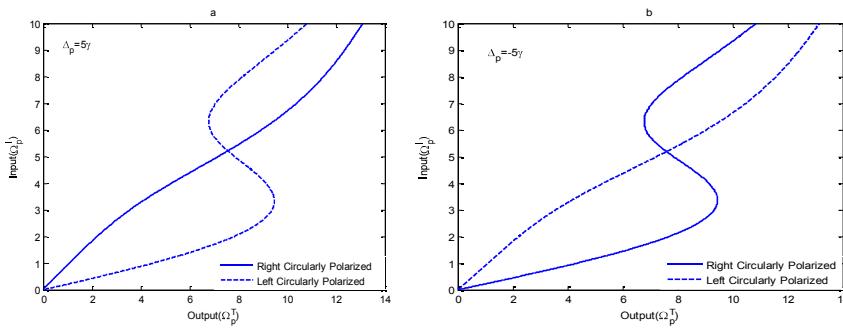
### ۳. نتایج و بحث

در این بخش، نتایج حاصل از دوپایایی نوری در حضور میدان مغناطیسی و میدان کنترل برای دو قطبش چپ‌گرد و راست‌گرد میدان کاونده را تشریح می‌کنیم. قسمت (a) از شکل ۳، دوپایایی نوری را برای قطبش راست‌گرد و قسمت (b) از شکل ۳، دوپایایی نوری را برای قطبش چپ‌گرد میدان کاونده در حضور میدان کنترلی به ازای مقادیر مختلف شدت میدان مغناطیسی نشان می‌دهد. ملاحظه می‌کنید که در مرکز نامیزانی فرکانسی میدان کاونده، یعنی  $D_p = 0$ ، آستانه دوپایایی نوری برای هر دو قطبش میدان کاونده فرقی نمی‌کند و شدت آستانه برای هر دو قطبش مقداری مساوی است.



شکل ۳ دوپایایی نوری برای قطبش راست‌گرد (a) و قطبش چپ‌گرد (b) میدان کاونده.

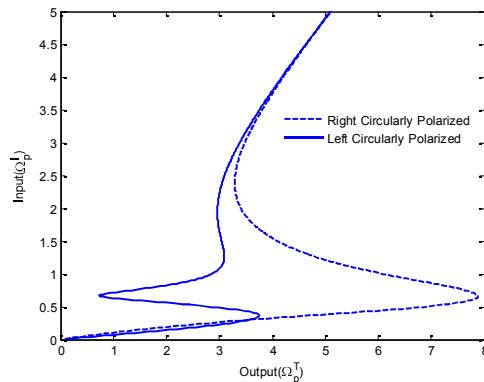
در قسمت (a) از شکل ۴، دوپایایی نوری به ازای نامیزانی فرکانسی  $D_p = 5g$  میدان کاونده رسم شده است. می‌بینید که به ازای قطبش راست گرد میدان کاونده ( نقطه چین )، شدت آستانه دوپایایی کمتر از قطبش چپ گرد میدان کاونده ( خط ممتدا ) به ازای مقادیر یکسانی از میدان کنترل و شدت میدان مغناطیسی می‌باشد.



شکل ۴ دوپایایی نوری: (a) به ازای  $D_p = 5g$  و (b) به ازای  $D_p = -5g$

ولی در قسمت (b) از شکل ۴، دوپایایی نوری به ازای نامیزانی فرکانسی  $D_p = -5g$  میدان کاونده رسم شده است. در این حالت علیرغم حالت قبل، به ازای قطبش چپ گرد میدان کاونده، شدت آستانه دوپایایی کمتر از قطبش راست گرد میدان کاونده است. در آخر، دوپایایی نوری را برای دو قطبش راست گرد و چپ گرد به ازای  $D_p = D_B = 2.5g$  رسم می‌کنیم. می‌بینید که برای قطبش چپ گرد دوپایایی نوری حاصل می‌شود ( نقطه چین ) و برای قطبش راست گرد چندپایایی نوری ( خط ممتدا ) حاصل می‌شود. اینکه با تغییر قطبش میدان کاونده، می‌توان دوپایایی نوری را به چند پایایی نوری و یا بالعکس تبدیل کرد، یک نتیجه بسیار جالب است. این نتیجه را در شکل ۵ نشان داده‌ایم.

نتیجه حاصل از شکل ۵ نشان می‌دهد که حتی با استفاده از یک میدان الکتریکی در حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌توان به چندپایایی نوری دست یافت، در صورتی که در مقاله [۱۴] در سیستم اتمی چهارترازی نوع Y برای به دست آوردن چندپایایی نوری باشد به جای یک میدان الکتریکی از دو میدان الکتریکی استفاده می‌شود و توسط تغییر میزان یک پارامتری به نام P که به زاویه بین جهت‌های قطبش این دو میدان با یکدیگر مربوط می‌شود، به ایجاد چندپایایی نوری در این نوع سیستم اتمی دست می‌یابشیم.



شکل ۵ دوپایایی نوری و تبدیل آن به چند پایایی نوری.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله، دوپایایی و چندپایایی را در یک سیستم اتمی چهارترازی بررسی کردیم، که با یک میدان کنترل قوی و یک میدان مغناطیسی و یک میدان کاونده که شامل دو قطبش چپ‌گرد و راست‌گرد است، برهمنکش می‌کند. نشان دادیم که قطبش میدان کاونده و همچنین میدان مغناطیسی، دو عامل اساسی برای کنترل شدت آستانه دوپایایی نوری میدان کاونده و تبدیل دوپایایی به چندپایایی نوری است.

#### منابع

- [1] Harris S. E., "Electromagnetically induced transparency", *Phys. Today*, 50, 336-339, (1997).
- [2] Agarwal G. S., Di K., Wang L., Zhu Y., "Perfect photon absorption in the nonlinear regime of cavity quantum electrodynamics", *Phys. Rev. A*, 93, 063805-063809, (2016).
- [3] Joshi A., Xiao M., "Stochastic resonance in atomic optical bistability", *Phys. Rev. A*, 74, 013817-013822, (2006).
- [4] Chong Y. D., Ge L., Cao H., Stone A. D., "Coherent Perfect Absorbers: Time-Reversed Lasers", *Phys. Rev. Lett*, 105, 053901-053906, (2010).
- [5] Dutta-Gupta S., Deshmukh R., Gopal A. V., Martin O. J. F., Gupta S. D., "Coherent perfect absorption mediated anomalous reflection and refraction", *Opt. Lett*, 37, 4452-4454, (2012).
- [6] Zhang Y., Sohail A., Yu C., "Perfect photon absorption in hybrid atom-optomechanical system", *Europhys. Lett*, 115, 64002-64006, (2016).
- [7] Lugiato L. A., "II Theory of Optical Bistability", *Progress in optics*, North-Holland, Amsterdam, 21, 69-216, (1984).
- [8] Sahrai M., Asadpour S. H., Mahrami H., Sadighi-Bonabi R., "Controlling the optical bistability via quantum interference in a four-level N-type atomic system", *Journal of Luminescence*, 131, 1682-1686, (2011).
- [9] Sahrai M., Asadpour S. H., Sadighi-Bonabi R., "Optical bistability via quantum interference from incoherent pumping and spontaneous emission", *Journal of Luminescence*, 131, 2395-2399, (2011).

- [10] Mahmoudi M., Sahrai M., Mousavi M., "Controlling the optical bistability and multistability in a two-level pumped-probe system", *Journal of Luminescence*, 130, 877-781, (2010).
- [11] Asadpour S. H., Rahimpour Soleimani H., "Phase control of optical bistability based biexciton coherence in a quantum dot nanostructure", *Physica B*, 44, 124-129, (2014).
- [12] Asadpour S. H., Rahimpour Soleimani H., "Phase and thickness control of optical bistability and multistability in a defect slab with a single layer of graphene", *Laser. Phys. Lett.*, 13, 015201-015205, (2016).
- [13] Jafarzadeh H., Sahrai M., Jamshidi-Ghaleh K., "Controlling the optical bistability in a  $\Lambda$ -type atomic system via incoherent pump field", *Appl. Phys. B*, 117, 927-933, (2014).
- [14] Hamedи H. R., Asadpour S. H., Sahrai M., Arzhang B., Taherkhani D., "Optical bistability and multi-stability in a four-level atomic scheme", *Opt Quant Electron*, 45, 295-306, (2013).