

Research Paper

# Simulated Calculation of Scattering Cross Section of Proton- deuteron to Helium- pion Chain Decay Using Chiral Perturbation Theory<sup>1</sup>

Mojtaba Goodarzi<sup>2</sup>

Received: 2021.10.13

Revised: 2021.12.25

Accepted: 2022.02.27

## Abstract

In this research, the chiral perturbation theory and the mechanism of three-body forces, which are of great importance, are employed through simulations to investigate the chain interaction  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta' \rightarrow {}^3\text{He} 2\pi \eta \rightarrow {}^3\text{He} 5\pi$ . In the following, important parameters such as scattering amplitude ratio, decay rate, and scattering cross section of this decay have been calculated. Due to the fact that in nuclear processes, accuracy up to the next to leading order (NLO) can reduce the error rate to a high extent, the calculations performed in this research have been done up to (NLO). The obtained results are highly consistent with the experimental results.

**Keywords:** *Scattering Amplitude, Cross Section, Three- body Forces.*

---

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/ijap.2022.38095.1243

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Physics, Arak University of Technology, Arak, Iran. Email: m.goodarzi@arakut.ac.ir



# محاسبه شبیه‌سازی شده سطح مقطع پراکندگی واپاشی زنجره‌ای پروتون- دوترون به هلیوم- پایون با استفاده از نظریه اختلالی کایرال<sup>۱</sup>

مجتبی گودرزی<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۷/۲۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۱۰/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۸

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک شیمی، دانشگاه الزهرا

سال دوازدهم، پیاپی ۲۹، تابستان ۱۴۰۱

صص ۸۸ - ۹۸

## چکیده:

در این پژوهش، با استفاده از شبیه‌سازی و بهره‌گیری از نظریه اختلالی کایرال و مکانیسم نیروهای سه جسمی که از اهمیت بالایی برخوردار است، برهمکنش زنجره‌ای  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta^1 \rightarrow {}^3\text{He} 2\pi \eta \rightarrow {}^3\text{He} 5\pi$  مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه پارامترهای مهمی از جمله؛ نسبت دامنه پراکندگی، آهنگ واپاشی و سطح مقطع پراکندگی این واپاشی محاسبه شده است. با توجه به اینکه در فرآیندهای هسته‌ای دقت تا دومین مرتبه اصلی (NLO) می‌تواند درصد خطا را تا حد بالایی کاهش دهد، محاسبات انجام شده در این پژوهش تا مرتبه (NLO) انجام گرفته است. نتایج بدست آمده از همخوانی بالایی با نتایج تجربی برخوردار است.

**واژگان کلیدی:** دامنه پراکندگی، سطح مقطع، نیروهای سه جسمی.

<sup>1</sup> DOI: 10.22051/ijap.2022.38095.1243

<sup>2</sup> استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی اراک، اراک، ایران. Email: m.goodarzi@arakut.ac.ir



## ۱. مقدمه

با توجه به بررسی زنجیره تولید عناصر در جدول مندلیف مشاهده می شود که عنصر هلیوم از جمله عناصر مهم این زنجیره به شمار می رود، چرا که هسته این اتم بیش از دو باریون دارد و برهم کنش جدیدی بین عناصر هسته این اتم دیده می شود. زمانی که به هسته اتم هیدروژن یک نوترون اضافه شود، ذره جدیدی به نام دوترون تولید می شود. به دلیل وجود دو باریون در هسته، برهم کنش های درون هسته ای آن از نوع دو جسمی می باشد. با اضافه شدن یک پروتون دیگر به هسته، ذره هلیوم تولید می شود، ذره تولید شده در هسته خود دارای سه باریون می باشد، که نتیجه آن تولید برهم کنش های هسته ای قوی سه جسمی است. در فرایند تولید  ${}^3\text{He}$  با توجه به اینکه دو ذره پروتون و دوترون بیش از اندازه به یکدیگر نزدیک می شوند، برهم کنش قوی بین کوارک های این دو ذره نیز اتفاق می افتد که نتیجه آن تولید یک جفت گلثوم و پاد گلثون می باشد. این امر منجر به تولید مزون های ( $\eta'$  و  $\eta$ ) می شود [۱-۳].

در دهه های اخیر یکی از راه های تولید ذره ( $\eta'$  و  $\eta$ )، استفاده از برهم کنش های  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta$  و  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta'$  است [۴-۹]. به دلیل تمایل جذب قوی بین نوکلئون و ذره ( $\eta'$  و  $\eta$ ) و حالت مقید آن ها می توان تولید این دو مزون و سپس واپاشی آن ها به پایون را فرمول بندی کرد. همچنین با توجه به واکنش های مورد نظر، ضرورت فرمول بندی بین دو نوکلئون و مزون نیز وجود دارد. در دو دهه اخیر با توجه به پیشرفت های انجام شده در محاسبه و شبیه سازی این فرآیندها، نتایج بدست آمده دارای توافق بالایی با اندازه گیری های تجربی است. در ابتدا بررسی این پدیده، در این محاسبات از فرمالیزم تک و دو جسمی استفاده می شد. اگرچه به تازگی برای بهبود محاسبات از نیروهای چند جسمی نیز بهره گرفته می شود. با توجه به واپاشی ذره ( $\eta'$  و  $\eta$ ) به دو یا سه پایون با استفاده از شبیه سازی و بهره گیری از نظریه اختلالی کایرال، امکان محاسبه دامنه پراکندگی و آهنگ واپاشی این برهم کنش تا دومین مرتبه اصلی که میزان خطا را تا حد بسیار بالایی بهبود می بخشد، امکان پذیر شده است [۹-۱۲].

با توجه به اینکه ذره  $\eta'$  مجدد واپاشیده می شود، این ذره با بالاترین درصد به ذره  $\eta$  و پایون های مثبت و منفی که حدود ۴۳ درصد، ذره  $\eta$  و پایون های خنثی به میزان ۲۲ درصد و سایر واپاشی ها در حدود ۳۵ درصد است، واپاشیده می شود. ذره  $\eta$  نیز در ادامه فرایند به سه پایون تبدیل می شود [۱۳].

با توجه به مطالب بیان شده، برای بررسی واپاشی مزون‌های ( $\eta$  و  $\eta'$ ) نیاز به معرفی یک ساختار روشمند جهت محاسبه پارامترهایی همچون دامنه پراکندگی، آهنگ واپاشی و سطح مقطع پراکندگی است. از این رو با استفاده از نظریه میدان موثر می‌توان به صورت روشمند شکست تقارن - ها را پاسخ داد. به این مدل از نظریه میدان موثر که دارای این چنین ویژگی‌هایی می‌باشد، نظریه اختلالی کایرال گفته می‌شود.

در این مقاله به بررسی این زنجیره واپاشی  $pd \rightarrow {}^3\text{He}\eta' \rightarrow {}^3\text{He}2\pi\eta \rightarrow {}^3\text{He}5\pi$  پرداخته و پارامترهای مهمی چون؛ دامنه پراکندگی، آهنگ واپاشی و غیره مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مقاله در سه بخش مقدمه، فرمول‌بندی و سینماتیک نظریه و در نهایت بحث و نتیجه‌گیری ارائه شده است.

## ۲. فرمول‌بندی و سینماتیک نظریه

در نظریه اختلالی کایرال پایین‌ترین مرتبه لاگرانژی مربوط به  $O(p^2)$  است، به سادگی می‌توان به ازای  $D \geq 2$  مقدار  $D$  را بدست آورد. در حقیقت، این نوع محاسبه کمک می‌کند تا بتوان دیاگرام‌های فاینمن مربوط به برهم‌کنش مورد نظر را به خوبی تشخیص داده و سایر دیاگرام‌های فاینمن غیرمرتبط را بدون انجام محاسبات پیچیده حذف نمود.

معادله لاگرانژی موثر را می‌توان برحسب بسط توانی جملات لاگرانژی به صورت زیر نوشت:

$$L_{eff} = \sum_n L_n, \quad (1)$$

لاگرانژی موثر با کمترین تعداد مشتق یا همان اولین مرتبه تقریب اصلی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$L_2 = L_{S2} + L_{W2} + L_{E2} \quad (2)$$

جملات نشان داده شده به ترتیب مربوط به لاگرانژی برهم‌کنش قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی می‌باشد. به صورتی که:

$$L_{S2} = \frac{F_0^2}{4} \{Tr[D_\mu U D^\mu U^\dagger] + Tr(\chi U^\dagger + U \chi^\dagger)\} \quad (3)$$

که در آن،  $F_0$  ثابت جفت‌شدگی،  $U$  ماتریس یکانی شامل میدان‌های گلدستون بوزون،  $D_\mu U = \partial_\mu U + \{A_\mu, U\} + [V_\mu, U]$ ، مشتق ناوردا لورنتس که  $A_\mu$  و  $V_\mu$  به ترتیب جریان محوری و برداری هستند و در نهایت  $\chi$  جمله جرمی است.



$$L_{W2} = CF_0^4 [G_8 Tr(\Delta_{32} D_\mu U D_\mu U^\dagger) + G_8' Tr(\Delta_{32} (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger)) + G_{27} t^{ij,kl} Tr(\Delta_{ij} D_\mu U) Tr(\Delta_{kl} D_\mu U^\dagger)] + h.c. \quad (4)$$

جملات تانسوری غیر صفر می باشند که به صورت:

$$t^{21,13} = t^{13,21} = \frac{1}{3}, \quad t^{22,23} = t^{23,22} = -\frac{1}{6}, \\ t^{23,33} = t^{33,23} = -\frac{1}{6}, \quad t^{23,11} = t^{11,23} = \frac{1}{3}. \quad (5)$$

$$L_{E2} = e^2 F_0^4 Z Tr(Q_L Q_R) + e^2 F_0^4 Tr(Y Q_R), \quad (6)$$

که  $Q_L$  و  $Q_R$  مربوط به لاگرانژی الکترومغناطیسی می باشند،

$$Q_L = u Q u^\dagger, \quad Q_R = u^\dagger Q u \quad \text{and} \quad Q = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

دیگر کمیت های موجود در لاگرانژی ها ثابت است [۱۴].

لاگرانژی مؤثر دارای بسط بر اساس اندازه حرکت با مراتب زوج می باشد. بکارگیری مراتب بالاتر باعث کاهش خطا و افزایش دقت محاسبات می شود. با توجه به اینکه افزایش مرتبه بسط باعث طولانی شدن محاسبات آن می شود، از نوشتن آن ها صرف نظر شده است و عمومی ترین حالت لاگرانژین در این مرتبه به صورت معادله (۸) می باشد:

$$L_4 = L_{S4} + L_{W4} + L_{S2W2} + L_{W2E2} + L_{S2E2}, \quad (8)$$

جملات نشان داده شده در لاگرانژین مرتبه دوم به ترتیب مربوط به؛ برهم کنش نیروهای قوی، ضعیف، قوی- ضعیف، الکترومغناطیسی- ضعیف و در نهایت برهم کنش قوی- الکترومغناطیسی بین آن ها می باشد. لازم به یاد آوری است، با توجه به اینکه ثابت های جفت شدگی که در محاسبات و همچنین دیاگرام های نشان داده شده در شکل ۱، معیار تقریب در اولین و دومین مرتبه تقریب اصلی به کار رفته در محاسبات و لاگرانژین ها می باشد، لاگرانژی مربوط به برهم کنش قوی دومین مرتبه تقریب اصلی به صورت زیر می باشد [۱۵]:

$$\begin{aligned}
 L_{S4} = & L_1 Tr[D_\mu U D^\mu U^\dagger]^2 + L_2 Tr[D_\mu U D_\nu U^\dagger] Tr[D^\mu U D^\nu U^\dagger] \quad (9) \\
 & + L_3 Tr[D_\mu U D^\mu U^\dagger D_\nu U D^\nu U^\dagger] + L_4 Tr[D_\mu U D^\mu U^\dagger] Tr(\chi U^\dagger + U \chi^\dagger) \\
 & + L_5 Tr[D_\mu U D^\mu U^\dagger (\chi U^\dagger + U \chi^\dagger)] + L_6 [Tr(\chi U^\dagger + U \chi^\dagger)]^2 \\
 & + L_7 [Tr(\chi U^\dagger - U \chi^\dagger)]^2 + L_8 Tr(\chi U^\dagger \chi U^\dagger + U \chi^\dagger U \chi^\dagger) \\
 & \quad - i L_9 Tr[f_{\mu\nu}^R D^\mu U D^\nu U^\dagger \\
 & + f_{\mu\nu}^L D^\mu U^\dagger D^\nu U] + L_{10} Tr(U f_{\mu\nu}^L U^\dagger f^{R\mu\nu}) + L_{11} Tr(f_{\mu\nu}^R f_R^{\mu\nu} + f_{\mu\nu}^L f_L^{\mu\nu}) \\
 & + L_{12} Tr(\chi \chi^\dagger).
 \end{aligned}$$

دو جمله آخر شامل میدان‌های خارجی بوده که در انرژی‌های پایین قابل صرف نظر می‌باشند. جملات لاگرانژی بدون در نظر گرفتن ثوابت، از مرتبه  $p^4$  است. در نتیجه ثابت‌های موجود در لاگرانژی بدون دیمانسیون بوده و در حقیقت، حضور این مقادیر در لاگرانژی به دلیل حضور ذرات دیگری است که در این کار، در نظر گرفته نشده‌اند. همچنین، پارامترهای  $L_1, L_2, L_3, \dots$  ثابت‌های جفت‌شدگی انرژی پایین نامیده می‌شوند. این پارامترها اثرات کوانتومی را در برنمی‌گیرند که نتیجه آن باز بهنجارش این پارامترها می‌باشد.

لاگرانژین مرتبه دوم مربوط به برهم‌کنش ضعیف به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 L_{W4} = & C F_0^2 \sum (G_8 N_i W_i + G_{27} D_i W_i') \quad (10) \\
 = & C F_0^2 [N_1 W_1 + N_2 W_2 + N_3 W_3 + N_4 W_4 + N_5 W_5 + N_6 W_6 + N_7 W_7 \\
 & + N_8 W_8 + N_9 W_9 + N_{10} W_{10} + N_{11} W_{11} + N_{12} W_{12} + N_{13} W_{13}] \\
 & + G_{27} [D_1 W_1' + D_2 W_2' + D_3 W_3' + D_4 W_4' + D_5 W_5' + D_6 W_6' + D_7 W_7' \\
 & + D_{26} W_{26}' + D_{27} W_{27}' + D_{28} W_{28}' + D_{29} W_{29}' + D_{30} W_{30}' + D_{31} W_{31}'] \\
 & + h.c.
 \end{aligned}$$

در معادله بالا ثابت‌های جفت‌شدگی نرمالیزه شده و سایر پارامترها مشخص می‌باشند [۱۶ و ۱۷]. با توجه به لاگرانژی قوی، ثابت‌های جفت‌شدگی برهم‌کنش ضعیف در این مقیاس قابل حذف است. زیرا دامنه پراکندگی کل محدود و مستقل از مقیاس است. در نتیجه از نوشتن لاگرانژی برهم‌کنش قوی و ضعیف صرف نظر شده است.

لاگرانژی مربوط به برهم‌کنش‌های ضعیف-الکترومغناطیسی و قوی-الکترومغناطیسی به صورت زیر است [۱۸]:

$$L_{W2E2} = G_8 e^2 F_0^4 \sum Z_i Q_i + h.c., i = 1, \dots, 14. \quad (11)$$

و



$$L_{S2E2} = e^2 F_0^2 \sum K_i Q'_i, i = 0, \dots, 14. \quad (12)$$

با توجه به معادلات مربوط به لاگرانژی‌ها در مراتب مختلف و تعاریف بیان شده، دامنه پراکندگی واپاشی زنجیره‌ای به صورت  $pd \rightarrow {}^3He \eta' \rightarrow {}^3He 2\pi \eta \rightarrow {}^3He 5\pi$  محاسبه می‌گردد.

واپاشی ذره  $\eta'$  در سه کانال خنثی و باردار انجام می‌شود که در معادله (۱۳) به آن‌ها اشاره خواهد شد،

$$\eta'_L(k) \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \eta \rightarrow 5\pi^0 [A_{\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0}] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \eta'_L(k) &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \eta \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \pi^0 + \pi^0 [A_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}] \end{aligned}$$

$$\eta'_S(k) \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \eta \rightarrow \pi^+ + \pi^- + 3\pi^0 [A_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0}]$$

دامنه واپاشی را می‌توان بر حسب تابع متغیر  $M_i(s)$  بیان می‌شود:

$$A^L(s_1, s_2, s_3) = M_1(s_3) + M_2(s_1) + M_2(s_2) + (s_2 - \quad (14)$$

$$s_3)M_3(s_1) + (s_1 - s_3)M_3(s_2),$$

$$A^L(s_1, s_2, s_3) = M_4(s_3) + M_5(s_1) + M_5(s_2)$$

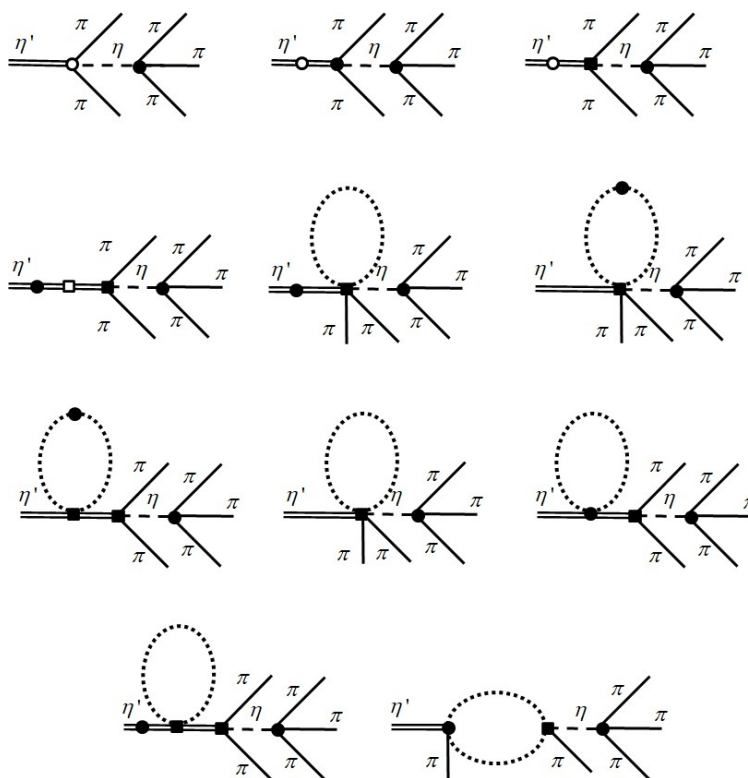
$$+ (s_2 - s_3)M_6(s_1)$$

$$+ (s_1 - s_3)M_6(s_2),$$

$$A^S(s_1, s_2, s_3) = M_7(s_1) - M_7(s_2) + (s_2 - s_3)M_8(s_1)$$

$$- (s_1 - s_3)M_8(s_2) + (s_1 - s_2)M_9(s_3)$$

با توجه به سینماتیک بیان شده، روش واپاشی‌های انجام شده بر اساس مراتب مختلف لاگرانژی و همچنین قواعد شمارش توانی که بر اساس شمارش توانی واینبرگ می‌باشد، در شکل (۱) آمده است. در شکل (۱) نمودار واپاشی  $\eta' \rightarrow 5\pi$  به صورت طرح‌وار تا دومین مرتبه تقریب اصلی نشان داده شده است، همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، برهم‌کنش‌ها به صورت on-shell است.



شکل ۱ نمودار مراتب مختلف واپاشی  $\eta' \rightarrow 5\pi$ ، دایره‌های توپر نشان‌دهنده رأس برهم کنش الکترومغناطیسی یا ضعیف از مرتبه اولین مرتبه تقریب اصلی، مربع توپر رأس برهم کنش قوی اولین مرتبه تقریب اصلی، دایره توخالی رأس برهم کنش الکترومغناطیسی - ضعیف یا ضعیف دومین مرتبه تقریب اصلی و مربع توخالی نشان‌دهنده رأس برهم کنش قوی - الکترومغناطیسی یا قوی از دومین مرتبه تقریب اصلی است.

با توجه به رابطه بین آهننگی واپاشی با دامنه پراکندگی، آهننگ واپاشی از رابطه (۱۵) بدست می‌آید.

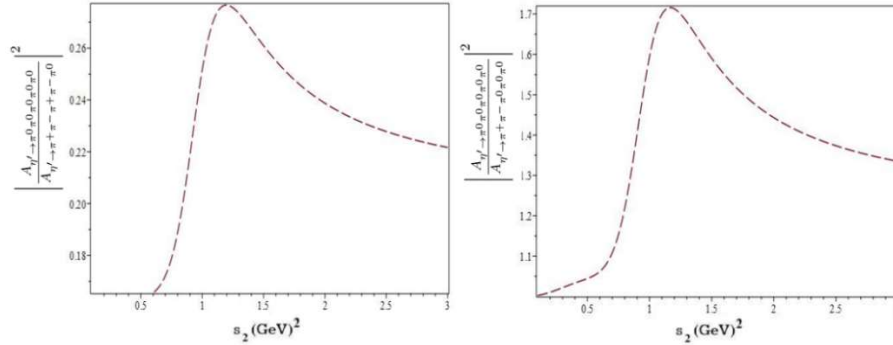
$$\Gamma_c^{\eta'} = \frac{S_c}{256\pi^3 m_{\eta'}^3} \iint (|A(s_i)|^2 ds_i) ds_j. \quad (15)$$

در معادله بالا،  $S$  ضریب تقارن مربوط به دو کانال باردار  $S_c = 1$  و خنثی  $S_n = \frac{1}{6}$  است. با توجه به مدهای واپاشی بیان شده از ذره  $\eta'$ ، نتایج بررسی‌ها برای واپاشی‌های  $\eta'$  به  $5\pi$  در دو کانال خنثی و باردار انجام می‌شود. نتایج بدست آمده در محدوده ایزو اسپین ( $m_u = m_d$ ) نشان می‌دهد، نسبت دامنه پراکندگی بین دو کانال خنثی و باردار برای دو حالت مورد بررسی نزدیک به شش برابر می‌باشد، که ناشی از تقارن بین دو ذره اول واپاشی است.

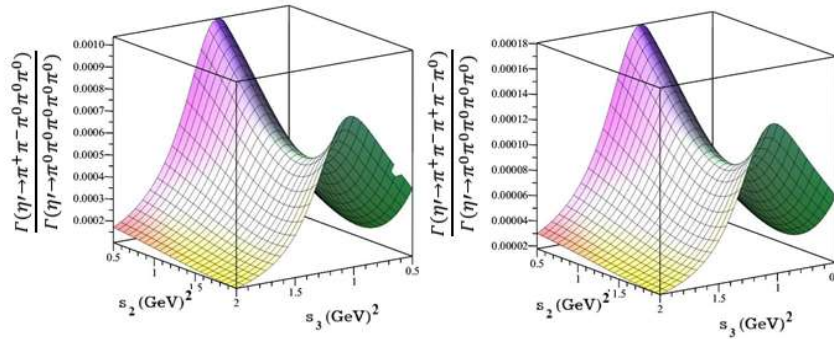




در شکل‌های (۲) و (۳) به ترتیب نمودار مربوط به دامنه واپاشی و آهنگ واپاشی کانال خنثی به کانال باردار ذره  $\eta'$  تا دومین مرتبه تقریب اصلی رسم شده است. با مقایسه نتایج نظریه بدست آمده در این قسمت با نتایج تجربی بدست آمده در سال‌های اخیر، توافق خوبی بین آن‌ها وجود دارد [۱۹ و ۲۰].



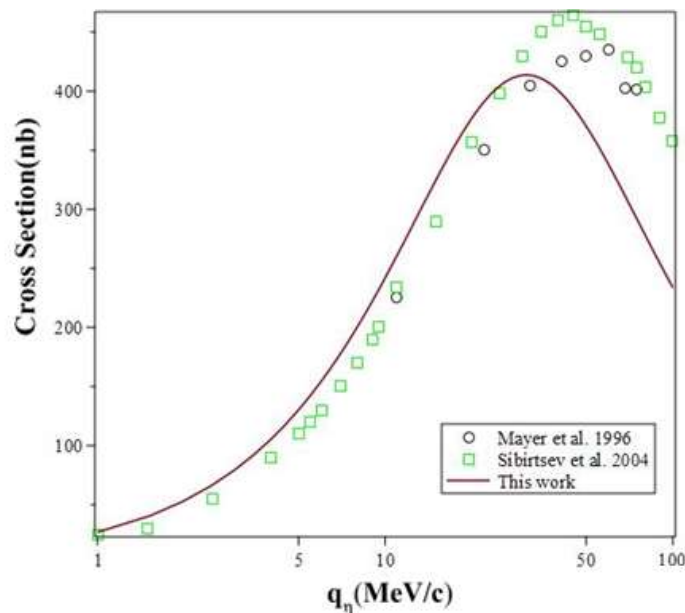
شکل ۲ نمودار نسبت دامنه پراکندگی بین دو کانال خنثی و باردار. محور افقی بر حسب  $S_2$  است.



شکل ۳ نمودار سه بعدی نسبت آهنگ واپاشی  $\frac{\Gamma(\eta' \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(\eta' \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0)}$  و  $\frac{\Gamma(\eta' \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(\eta' \to \pi^+ \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0)}$  محوره‌های افقی بر حسب  $S_2$  و  $S_3$  است.

در نهایت سطح مقطع پراکندگی واکنش زنجیره‌ای  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta' \rightarrow {}^3\text{He} 2\pi \eta \rightarrow {}^3\text{He} 5\pi$  با استفاده از شبیه‌سازی نظریه مورد استفاده، محاسبه گردید. در نمودار شکل (۴) نتیجه بدست آمده با دو نتیجه تجربی در واپاشی پروتون-دوترون به هلیوم-۳ (  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta'$  ) مقایسه شده

است [ ۵ و ۲۱ ]. نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی تا مرتبه NLO دارای مطابقت بالایی با نتایج تجربی می‌باشد.



شکل ۴ نمودار سطح مقطع کل برهم‌کنش  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta^1 \rightarrow {}^3\text{He} 5\pi$  بر حسب  $(nb)$  مربوط به داده‌های نظری و تجربی، محور افقی بر حسب تکانه نهایی  $q$  می‌باشد.

### ۳. نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی شد با بررسی برهم‌کنش هادرونی مهم  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta^1 \rightarrow {}^3\text{He} 2\pi\eta \rightarrow {}^3\text{He} 5\pi$  شناخت بیشتری نسبت به نظریه اختلالی میدان مؤثر و نظریه اختلالی کایرال پیدا شود. مشاهده می‌شود که این راه‌ها روشمند بوده و می‌توان با انجام محاسبات با استفاده از روش شبیه‌سازی نظریه اختلالی کایرال، جدا از بسیاری از پارامترها، واگرایی‌های تولید شده را به آسانی حذف نموده و به جواب‌های قابل قبولی دست یافت. با توجه به انجام محاسبات تا دومین مرتبه تقریب اصلی مشاهده می‌شود که نتایج بدست آمده با نتایج تجربی همخوانی بالایی دارد. در آینده با پیشرفت فعالیت‌های تجربی و همچنین بالا بردن محاسبات تا مراتب بالاتر، پژوهشگران به نتایج جدیدی دست خواهند یافت.



#### ۴. تقدیر و تشکر

در پایان بر خود لازم می دانم از تمامی کسانی که اینجانب را در انجام این پژوهش پشتیبانی نموده‌اند، تشکر و قدردانی نمایم.

#### منابع

- [1] Abdel-Bary M. et al., A precision determination of the mass of the  $\eta$  meson, Phys. Lett. B. **619**, 281-287, 2005.
- [2] Plouin F. et al., The  $\eta$ -meson mass, Phys. Lett. B. **276**, 526-530, 1992.
- [3] Wurzinger R. et al., Observation of eta-prime and Phi meson production very close to threshold in the  $p d \rightarrow \text{He-3 X}$  reaction, Phys. Lett. B. **374** 283-288, 1996.
- [4] Berger J. Boivin M. Boudard A. Fleury P. Germond J F. et al., Identification of the  $d+p \rightarrow {}^3\text{He}+\eta$  reaction very near threshold: cross section and deuteron tensor analyzing power. Phys. Rev. Lett. **61**, 919-927, 1988.
- [5] Mayer B. Boudard A. Fabbro B. Garçonnet M. et al., reactions  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta$  and  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \pi^+ \pi^-$  near the  $\eta$  threshold, Phys. Rev. C **53**, 2068-2074, 1996.
- [6] Smyrski J. Adam H H. Budzanowski A. Czerwiński E. et al., measurement of the  $dp \rightarrow \text{He3}\eta$  reaction near threshold, Phys. Lett. B **649**, 258-262, 2007.
- [7] Mersmann T. et al., Precision Study of the  $\eta$ - ${}^3\text{He}$  System Using the  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta$  Reaction, Phys. Rev. Lett. **98**, 242301-242307, 2007.
- [8] H Adam H. et al., Hadronic  ${}^3\text{He} \eta$  production near threshold, Phys. Rev. C **75**, 014004-014012, 2007.
- [9] Hibou F. et al., Near-threshold  $\eta$  production in the  $pd \rightarrow pd \eta$  reaction, Eur. Phys. J. A **7**, 537-541, 2000.
- [10] Bilger R. et al., Measurement of the  $p d \rightarrow p d \eta$  cross section in complete kinematics, Phys. Rev. C **69**, 014003-014008, 2004.
- [11] Piskor-Ignatowicz C. et al., Near Threshold  $\eta$  Meson Production in  $d p$  Collisions, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 528-532, 2007.
- [12] Khemchandani K.P, Kelkar N. G, Jain B. K., Three-body mechanism of  $\eta$  production, Phys. Rev. C **68**, 064610-064614, 2003.
- [13] Beringer J. et al., Review of particle physics, Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [14] Ecker G, Isidori G, Muller G, Neufeld H. and Pich A., Electromagnetism in nonleptonic weak interactions, Nucl. Phys. B **591**, 419-434, 2000.
- [15] Gasser J. and Leutwyler H., Chiral perturbation theory: Expansions in the mass of the strange quark, Nucl. Phys. B **250** 465-516, 1985.
- [16] Kambor J, Missimer J. and Wyler D., The chiral loop expansion of the nonleptonic weak interactions of mesons, Nucl. Phys. B **346**, 17-64, 1990.
- [17] Ecker G, Kambor J. and Wyler D., Resonances in the weak chiral Lagrangian, Nucl. Phys. B **394**, 101-138, 1993.
- [18] Sadeghi H. and Goodarzi M. Three-body Calculation of Total Cross Sections of the  $pd \rightarrow {}^3\text{He} \eta$  Reaction from Chiral Dynamics, Int J Theor Phys **54**, 368-380, 2015.
- [19] Groom D. E. et al., Review of particle physics, Eur Phys Jour **C15**, 1-878, 2000.
- [20] Oset E. et al., Two, three, many body systems involving mesons, Progress in Particle and Nuclear Physics, **67**, 455-460, 2012.
- [21] Sibirtsev A. et al., Bounds on the bound  $\eta$ - ${}^3\text{He}$  system, Phys. Rev. C **70**, 047001-047006, 2004.

© 2020 Alzahra University, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

