

Research Paper

Entanglement and Quantum Cooling of a Hybrid System Composed of BEC and Optical Cavity¹

Mohammad Eghbali-Arani^{*2}, Masume Najafi-Manesh³ and Alidad Askari⁴

Received: 2022.01.02

Revised: 2022.04.16

Accepted: 2022.05.31

Abstract

We present a theoretical interacting one-dimensional Bose-Einstein condensate (BEC) inside an optical cavity which is driven through of the fixed end mirrors. Under the Bogoliubov approximation and when the number of photons inside the cavity is not too large, the atomic field operator can be considered as a single-mode quantum field which is coupled to the radiation pressure of the intracavity field. In this way, the system behaves like an optomechanical system with an extra nonlinear term corresponding to the atom-atom interaction. We show that one of the best ways of tracing the effect of atomic interaction is to study the noise power spectrum of the field of the cavity. For this purpose, we study the light intensity spectrum of the cavity as well as the entanglement between the optical cavity and the BEC. We show how the pattern of the power spectrum of the cavity changes due to the nonlinear effect of atomic collisions. Furthermore, it is shown that due to the s-wave scattering frequency of the atom-atom interaction, one can measure the strength of interatomic interaction. Besides, we show how the atomic collisions affect the entanglement between subsystems and cooling behavior of the BEC atoms.

Keywords: *Entanglement, Quantum cooling, Bose-Einstein Condensate (BEC).*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2022.39008.1255

² Assistant Professor, Department of Physics, University of Kashan, Kashan, Iran. (Corresponding Author). Email: m.eghbali@kashanu.ac.ir

³ M. Sc. Graduated, Department of Physics, University of Kashan, Kashan, Iran. Email: m.najafimanesh00@gmail.com

⁴ Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of science, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran. Email: alidadaskari@gmail.com

درهم تنیدگی و سردسازی کوانتومی در یک سامانه آمیخته

متشکل از BEC و یک کاواک اپتیکی^۱

محمد اقبالی آرانی*^۲، معصومه نجفی منش^۳، علیداد عسکری^۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۰/۱۲

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۱/۲۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۰

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران

دانشکده فیزیک، دانشگاه الزهرا

سال دوازدهم، پیاپی ۳۰، پاییز ۱۴۰۱

صص ۱۹ - ۳۳

چکیده:

در این پژوهش یک نظریه از برهم کنش چگالیده بوز- اینشتین (BEC) یک بعدی در درون یک کاواک نوری با آینه‌های ثابت ارائه می‌شود. در تقریب بوگولیوبوف و زمانی که تعداد فوتون های درون کاواک زیاد نیست، عملگر میدان اتمی را می‌توان یک تک مد میدان کوانتومی در نظر گرفت که توسط فشار تابشی با میدان درون کاواکی جفت شده است. از این جهت، این سامانه مانند یک سامانه اپتومکانیکی با یک جمله اصلاحی غیرخطی در حضور برهمکنش اتم-اتم عمل می‌کند. در این مطالعه نشان می‌دهیم که یکی از بهترین روش‌ها برای ردیابی اثر برهمکنش اتمی، مطالعه درباره طیف نویزهای میدان کاواک است. به این منظور، طیف شدت نور کاواک و همچنین درهم تنیدگی بین میدان کاواک نوری و BEC را بررسی می‌کنیم. همچنین نشان می‌دهیم که چگونه طیف میدان کاواک، ناشی از اثرات غیرخطی نوسانات اتمی، تغییر می‌کند. به علاوه نشان داده شده است که بخاطر فرکانس پراکندگی موج S ناشی از برهمکنش اتم-اتم، می‌توان قدرت برهمکنش بین اتمی را اندازه گرفت. در نهایت نشان داده می‌شود که چگونه نوسانات اتمی بر درهم تنیدگی زیر سامانه‌ها و سردسازی اتم‌های BEC اثر می‌گذارد.

واژگان کلیدی: درهم تنیدگی، سردسازی کوانتومی، چگالیده بوز- اینشتین.

^۱ DOI: 10.22051/ijap.2022.39008.1255

^۲ استادیار، دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان، کاشان، ایران (نویسنده مسئول). Email: m.eghbali@kashanu.ac.ir

^۳ دانش آموزخته کارشناسی ارشد، دانشکده فیزیک دانشگاه کاشان، کاشان، ایران. Email: m.najafimanesh00@gmail.com

^۴ استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران. Email: alidadaskari@gmail.com



۱. مقدمه

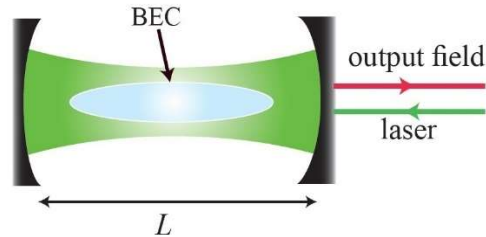
سامانه‌های اپتومکانیک شامل یک کاواک نوری هستند که در آن‌ها یک جسم ماکروسکوپیک همانند یکی از آینه‌ها متحرک است. این سامانه‌ها از خود ویژگی‌های غیرخطیت کر نشان می‌دهند. همچنین امروزه در کنار سامانه‌های اپتومکانیک استاندارد، سامانه‌های آمیخته متشکل از کیوبیت‌های اتمی و ماده چگال دارای کاربردهای وسیعی در فناوری نوین هستند [۷-۱]. کاربرد چنین سامانه‌هایی را در تولید درهم‌تنیدگی کوانتومی، حافظه‌های کوانتومی و همچنین اطلاع‌رسانی کوانتومی می‌توان جستجو کرد [۸-۱۰]. در این میان آنچه در استفاده از این سامانه‌ها دارای اهمیت است، توانایی پایش عوامل مخرب ناشی از برهم‌کنش با محیط (عوامل واهمدوسی) است. از طرف دیگر برای خواندن و نوشتن اطلاعات به سامانه‌هایی با ضریب جفت‌شدگی قوی نیاز است. چنین شرایطی را می‌توان با ترکیب یک نوسانگر مکانیکی و سامانه‌هایی از قبیل کیوبیت‌های اسپینی، نقاط کوانتومی و ابررسانا، اتم‌ها، یون‌ها و ملکول‌های به دام افتاده ایجاد کرد [۱۱-۱۶]. سامانه‌های آمیخته‌ی حالت جامد برخلاف سامانه‌های اتمی دارای ضریب جفت‌شدگی بزرگ بوده و نیازی به استفاده از روش‌های به‌دام‌اندازی در آن‌ها نیست. اما تاثیر عوامل واهمدوسی بر این سامانه‌ها برخلاف سامانه‌های اتمی، بسیار قوی‌تر می‌باشند. در این راستا یک روش متداول برای مطالعه کاواک اپتومکانیک، ترکیب این سامانه‌ها با یک سامانه متشکل از آنسامبلی از اتم‌های فوق‌سرد به دام افتاده است [۱۷-۱۹]. این سامانه‌ها گزینه‌های خوبی برای اندازه‌گیری برخی از ویژگی‌های منحصر به فرد در فیزیک ماده چگال، همچون نوارهای انرژی و نوسانات بلوخ هستند. همچنین به دلیل چگالی بالای اتم‌ها، تاثیر اثر غیرخطیت در این سامانه‌ها قابل مشاهده و اندازه‌گیری است.

در این پژوهش به بررسی ویژگی‌های کوانتومی و همچنین درهم‌تنیدگی چگاله‌های BEC و میدان نوری خروجی از یک کاواک نوری می‌پردازیم. تفاوت این پژوهش با سامانه‌های آمیخته متداول اپتومکانیکی و ماده چگال در ثابت بودن آینه‌های کاواک می‌باشد. در واقع مدهای BEC خود نقش مدهای لرزشی آینه متحرک را دارند. بنابراین در حالی که کاواک نوری دارای آینه‌های ثابت هستند، ویژگی‌های اپتومکانیک استاندارد از جمله پدیده سردسازی کوانتومی را می‌توان در آن مشاهده کرد. همچنین در بخشی دیگر از این پژوهش، درهم‌تنیدگی بین زیر سامانه‌ها در حضور برهم‌کنش‌های متفاوت اتمی، مورد مطالعه قرار گرفته است.



۲. معرفی سامانه، هامیلتونی و دینامیک آن

شکل (۱) اتم‌های BEC یک بعدی که به کمک موج ایستای درون کاواک، تشکیل یک شبکه نوری دوره‌ای می‌دهند را نشان می‌دهد. اتم‌های به دام افتاده در شبکه دوره‌ای نوری را می‌توان به صورت یک شبکه دوره‌ای بلوخ با نوارهای مربوطه در نظر گرفت.



شکل ۱ طرحواره چگاله‌بوز-اینشتین به دام افتاده در یک کاواک نوری.

در رژیم اتلافی که بسامد ورودی ω_p است و در دستگاه مختصات چرخان، هامیلتونی سامانه به صورت زیر است:

$$H = -\hbar\Delta_c a^\dagger a + i\hbar E (a^\dagger - a) + \int dx \psi^\dagger(x) H \psi(x) + H_{aa},$$

$$H_s = \frac{P^2}{2M} + \hbar U \cos^2(Kx) a^\dagger a,$$

$$H_{aa} = \frac{1}{2} U_s \int_{-L/2}^{L/2} dx \psi^\dagger(x) \psi^\dagger(x) \psi(x) \psi(x), \quad (1)$$

که $a(a^\dagger)$ عملگرهای میدان نوری، $\Delta_c = \omega_p - \omega_c$ وادندگی میدان نوری است. ω_c بسامد نور داخل کاواک است. $\psi(\psi^\dagger)$ عملگرهای میدان بوزونی BEC، $K = 2\pi/\lambda = \omega_p/c$ عدد موج، $U = g^2/\Delta_a$ نشان‌دهنده ارتفاع سد پتانسیل نوری، g بسامد رابی خلا، $\Delta_a = \omega_p - \omega_a$ وادندگی اتم‌های BEC، $U_s = 2\pi\hbar^2 a_s^2 / 2M$ که a_s طول پراکندگی موج s و M جرم اتم چگاله است. H هامیلتونی چگاله BEC و H_{aa} هامیلتونی برهمکنش اتم-اتم چگاله است. همانطور که می‌دانیم

ویژه توابع یک ذره، داخل یک شبکه دوره‌ای توابع بلوخ هستند. با استفاده از نظریه بلوخ و شرایط مرزی بورن-فون کارمن ویژه تابع هامیلتونی به صورت زیر است:

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{N}{L}} + \sqrt{\frac{\gamma}{L}} \cos(\gamma kx) c \quad (2)$$

که L طول کاواک است به طوریکه $L = l\lambda / 2$ و c ضریب مد بوگولیوبوف است. در حقیقت در روش برهمکنش ضعیف بین میدان و BEC ، میدان چگاله بوز-اینشتین را می‌توان به دو بخش کلاسیک (تابع موج چگاله) و بخش کوانتومی (افت‌وخیز) تقسیم کرد که این قسمت را مدهای بوگولیوبوف می‌نامند [۱۷].

با استفاده از تقارن پاریته و نیز حفظ کردن تنها پایین‌ترین مدهای بوگولیوبوف بیان شده در رابطه (۲)، هامیلتونی (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$H = \hbar \delta_c a^\dagger a + i \hbar \eta (a - a^\dagger) + \hbar \Omega_c c^\dagger c + \frac{1}{\gamma} \hbar \omega_{sw} (c^\dagger + c) + \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \hbar \zeta a^\dagger a (c + c^\dagger) \quad (3)$$

که $\delta_c = -\Delta_c + \frac{1}{\gamma} NU$ و $\omega_R = \hbar K^2 / 2M$ به ترتیب وادیدگی موثر اشتراک و بسامد پس‌زنی هستند. $\omega_{sw} = \lambda \pi \hbar N / ML \omega$ بسامد پراکندگی موج s و پهنای پتانسیل نوری است. $\Omega_c = 4\omega_R + \omega_{sw}$ نشان‌دهنده فرکانس مد بوگولیوبوف است. جمله آخر جفت‌شدگی اپتومکانیکی بین مد بوگولیوبوف و فشار تابشی میدان اپتیکی با ثابت جفت‌شدگی $\zeta = \frac{1}{\gamma} \sqrt{NU}$ را بیان می‌کند. برای مطالعه دینامیک سامانه، از معادلات لانژون-هایزنبرگ (QLEs) استفاده می‌کنیم. در این معادلات با در نظر گرفتن سرچشمه نوفه و اتلاف هر دو میدان اپتیکی و چگالیده، به معادلات کوانتومی غیرخطی زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -(i\delta_c + k)a - \frac{i}{\sqrt{2}} \zeta a (c + c^\dagger) - \eta + \sqrt{2k} \delta a_{in} \\ \dot{c} &= -(i\Omega_c + \gamma)c - \frac{i}{2} \omega_{sw} c^\dagger - \frac{i}{\sqrt{2}} \zeta a^\dagger a + \sqrt{2\gamma} \delta c_{in} \end{aligned} \quad (4)$$

معادلات غیرخطی رابطه (۴) می‌توانند با تجزیه هر عملگر به عنوان مجموع یک مقدار ثابت و یک نوسان کوچک، خطی شوند. در این روش، با جایگذاری $a = \alpha + \delta a$ و $c = \sqrt{N} \beta + \delta c$ در



رابطه (۴)، به یک مجموعه معادلات جبری غیرخطی برای مقدار ثابت میدان و مجموعه‌ای از معادلات خطی برای افت‌وخیزهای کوانتومی می‌رسیم. مقدار میدان میانگین حالت پایا به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\alpha = \frac{\eta}{\sqrt{\Delta_d^2 + k^2}}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{U_0 \alpha^2}{\sqrt{\left(\Omega_c + \frac{1}{2} \omega_{s\omega}\right)^2 + \gamma^2}} \quad (5)$$

که $\Delta = -\delta - \sqrt{2N} \zeta \beta$ و ادنیدگی موثر است و فرض بر این است که α و β اعداد حقیقی هستند. به علاوه معادلات لانژون- هایزنبرگ خطی شده به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\delta \dot{a} = -(i\Delta - k) \delta a - \frac{i}{2} G (\delta c + \delta c^\dagger) + \sqrt{2k} \delta a_{in}$$

$$\delta \dot{c} = -(i\Omega_c + \gamma) \delta c - \frac{i}{2} G (\delta a + \delta a^\dagger) - \frac{i}{2} \omega_{s\omega} \delta c^\dagger + \sqrt{2\gamma} \delta c_{in} \quad (6)$$

که $G = \sqrt{2} \zeta \alpha$ اندازه جفت‌شدگی اپتومکانیکی در روش خطی است، با معرفی کوادراتوری‌های نوری و میدان ماده:

$$\delta X_a = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta a + \delta a^\dagger), \delta P_a = \frac{1}{\sqrt{2}i} (\delta a - \delta a^\dagger)$$

$$\delta X_c = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta c + \delta c^\dagger), \delta P_c = \frac{1}{\sqrt{2}i} (\delta c - \delta c^\dagger) \quad (7)$$

معادلات لانژون- هایزنبرگ را می‌توان به صورت ماتریس زیر نوشت:

$$\dot{u}(t) = Au(t) + n(t) \quad (8)$$

درحالی‌که، $u = [\delta X_a, \delta P_a, \delta X_c, \delta P_c]^T$ بردار عملگرهای افت‌وخیز متغیرهای پیوسته است. بردار متناظر با نوفه برابر $n(t) = [\sqrt{2k} \delta X_a^{(in)}, \sqrt{2k} \delta P_a^{(in)}, \sqrt{2\gamma} \delta X_c^{(in)}, \sqrt{2\gamma} \delta P_c^{(in)}]^T$ است. همچنین، ماتریس A که همان ضرایب معادله (۶) به شکل کوادراتوری است، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$A = \begin{pmatrix} -k & -\Delta & 0 & 0 \\ \Delta & -k & -G & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & \Omega_c^{(-)} \\ -G & 0 & \Omega_c^{(+)} & -\gamma \end{pmatrix} \quad (9)$$

که $\Omega_c^{(\pm)} = \Omega_c \pm \frac{1}{2}\omega_{s\omega}$ بسامد مد C است.

در ادامه با استفاده از روابط بدست آمده و استفاده از نرم افزار متمتیکا^۱، برخی از کمیت های فیزیکی این سامانه مطالعه می شود.

۳. طیف خروجی از سامانه

در ابتدا به بررسی روش ایجاد نوارهای جانبی در این سامانه می پردازیم. طیف نور خروجی با استفاده از افت و خیزهای تعداد فوتون ها با رابطه زیر مشخص می شود:

$$S(\omega) = \langle \delta a^\dagger(\omega) \delta a(\omega) \rangle \quad (10)$$

که این طیف در شکل (۲) نشان داده شده است. این شکل نشان می دهد که همانند سامانه های استاندارد، نوارهای جانبی استوکس و آنتی استوکس در این سامانه تشکیل می شود. این دو نوار جانبی حول بسامد مرکزی $\omega_B = \sqrt{\Omega^{(-)}\Omega^{(+)}}$ تشکیل می شود. در شکل (۲) سایر پارامترها عبارتند از:

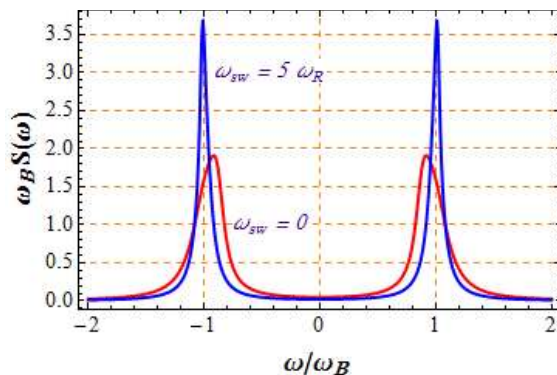
طول کاواک $L = 1mm$ ، ضریب ظراف $F = 3 \times 10^4$ ، ضریب اتلاف کاواک $K = \frac{\pi c}{LF}$ ، طول موج لیزر $\lambda = 1080nm$ ، توان لیزر $P = 50mW$ ، دمای کاواک $T = 0.4K$ ، ضریب اتلاف مدهای بوگولیوبوف $\frac{\gamma_C}{2\pi} = 0.001K$ ، دمای اتم های چگاله بوز-اینشتین $T_c = 1\mu K$ و $\Omega_c = -\omega_B$ وادیدگی لیزر- اتم انتخاب شده است.

همچنین در شکل (۲) طیف خروجی از کاواک در حضور برهم کنش های بین اتمی $\omega_{s\omega} = 5\omega_R$ و همچنین در نبود آن $\omega_{s\omega} = 0$ رسم شده است. محل پیک های ایجاد شده در تشدید با بسامد مدهای بوگولیوبوف اتم های BEC ایجاد شده اند و روشن است که برهم کنش بین اتم های BEC، بسامد تشدید کاواک را جابجا می کند. این جابجایی، شدت میدان درون کاواک را کاهش خواهد داد. از

¹ Mathematica



این رو، کاهش میدان داخل کاواک اپتیکی و همچنین افزایش شدت میدان خروجی از کاواک یک سنجه برای میزان برهم‌کنش اتم‌های BEC درون کاواک نوری خواهد بود.



شکل ۲ طیف خروجی از کاواک آمیخته با اتم‌های BEC.

۴. ماتریس همبستگی افت‌وخیزهای کوانتومی سامانه

حالت پایدار سیستم کوانتومی دوتایی تشکیل شده از دو حالت ارتعاشات BEC و نوسانات داخل کاواک را می‌توان به صورت کامل مشخص کرد. این حالت‌های گاوسی توسط یک ماتریس هم‌وردای 4×4 ^۱ به صورت زیر در فضای فرکانس بیان می‌شود:

$$V = \int d\omega \tilde{M}(\omega) D(\omega) \tilde{M}(\omega)^\dagger \quad (11)$$

که در آن $\tilde{M}(\omega) = (i\omega + A)^{-1}$ است و ماتریس $D(\omega)$ در تقریب مارکوفی به صورت زیر از نوفه‌های سامانه به دست می‌آید:

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_m(2\bar{n}+1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{pmatrix} \quad (12)$$

^۱ Covariance Matrix (CV)

که در آن $\bar{n} = \left(\exp \left\{ \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right\} - 1 \right)^{-1}$ تعداد متوسط برانگیختگی‌های متوسط آینه است. در مرجع [۲۰] نشان داده شده است که حل معادله (۱۱) در حالت پایا معادل با حل معادله مشهور لیاپانوف^۱ است که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$AV + VA^T = -D \quad (13)$$

با استفاده از حل این معادله ماتریس هم‌وردای سامانه V را می‌توان به دست آورد.

۵. درهم‌تنیدگی بین زیر سامانه‌ها

به منظور بررسی درهم‌تنیدگی زیر سامانه‌ها از یک سنجه درهم‌تنیدگی بنام نگاتیویته لگاریتمی E_N استفاده می‌کنیم که به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۱]:

$$E_N = \max [0, -\ln 2\eta^-] \quad (14)$$

که در آن $\eta^- \equiv 2^{-\frac{1}{2}} \left[\Sigma(V) - \left[\Sigma(V)^2 - 4 \det V \right]^{1/2} \right]^{1/2}$ است و $\Sigma(V) \equiv \det V_m + \det V_c - 2 \det V_{mc}$ از یک بلوک 2×2 از ماتریس هم‌وردا به شکل زیر است:

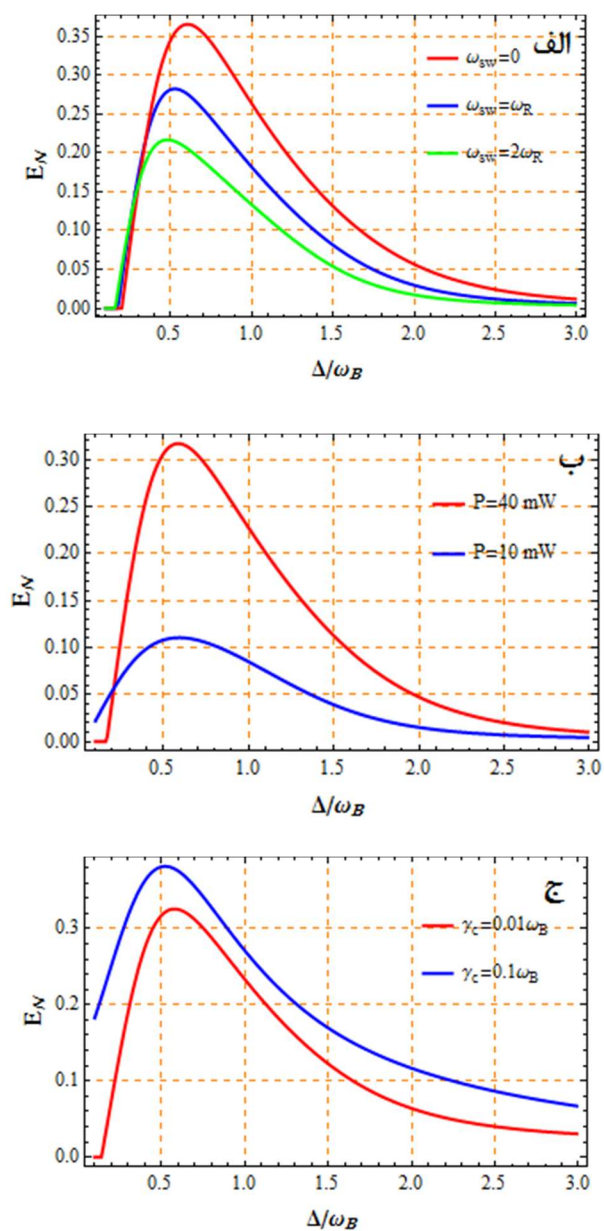
$$V \equiv \begin{pmatrix} V_m & V_{mc} \\ V_{mc}^T & V_c \end{pmatrix} \quad (15)$$

در این شرایط یک حالت گوسی در صورتی درهم‌تنیده است که اگر $\eta^- < 1/2$ باشد و یا $4 \det V < \Sigma - 1/4$ باشد.

شکل (۳ الف) نگاتیویته لگاریتمی بین میدان نوری داخل کاواک و BEC را نشان می‌دهد که بر حسب وادنیدگی Δ سامانه رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که در اثر برهمکنش بین میدان نوری داخل کاواک و BEC ، درهم‌تنیدگی بین آنها به وجود آمده است. همچنین این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش برخوردهای BEC ، میزان این درهم‌تنیدگی کاهش پیدا می‌کند. بنابراین عامل برهم‌کنش بین اتمی، عاملی مخرب در ایجاد درهم‌تنیدگی‌های کوانتومی چنین سامانه‌هایی خواهند بود.

¹ Lyapunov

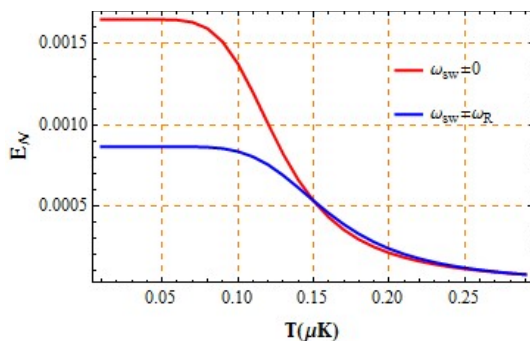




شکل ۳ درهم‌تیدگی بین مدهای BEC و نور کاواک برحسب وادنیدگی کاواک (الف) به ازای برهمکنش‌های مختلف اتمی (ب) به ازای توان‌های متفاوت نور ورودی و (ج) به ازای ضریب اتلاف متفاوت چگاله‌های بوز-اینشتین.

در شکل (ب) درهم‌تیدگی بین مدهای BEC و نور کاواک به ازای توان‌های متفاوت نور ورودی P رسم شده است. این نمودار نشان می‌دهد که توان‌های بالاتر نور ورودی،

درهم تنیدگی های قوی تری بین ریزسامانه ها ایجاد می کند و در نتیجه، با پایش توان لیزر، می توان میزان درهم تنیدگی کوانتومی سامانه را نیز پایش کرد. در شکل (۳ ج)، درهم تنیدگی بین زیرسامانه های BEC و نور کاواک به ازای ضریب های اتلاف گوناگون چگاله بوز- اینشتین λ^c ، رسم شده است. این شکل نیز نشان می دهد که اتلاف های بزرگتر اتم های BEC باعث درهم تنیدگی های بزرگتر در زیر سامانه ها خواهد شد.



شکل ۴ درهم تنیدگی بین مدهای BEC و نور ورودی کاواک نسبت به دما به ازای برهمکنش های متفاوت اتمی در چگاله بوز- اینشتین.

در شکل (۴) به بررسی تاثیر دمای BEC بر درهم تنیدگی حمل شده به کمک میدان کاواک می پردازیم. این موضوع از نقطه نظر مقاومت درهم تنیدگی نسبت به دما، دارای اهمیت بسیار است. در شکل (۴) نگاتیویته لگاریتمی بین BEC و مد کاواک برای دو مقدار متفاوت برهم کنش اتمی $\omega_{sw} = 0$ و $\omega_{sw} = \omega_R$ بر حسب دما T رسم شده است. این شکل نشان می دهد که برهم کنش های اتمی تاثیری در مقاومت دمایی درهم تنیدگی ندارد و تنها مقادیر ابتدایی آن ها تغییر می کند که در شکل های قبل کامل توضیح داده شد.

۶. سردسازی چگاله بوز- اینشتین

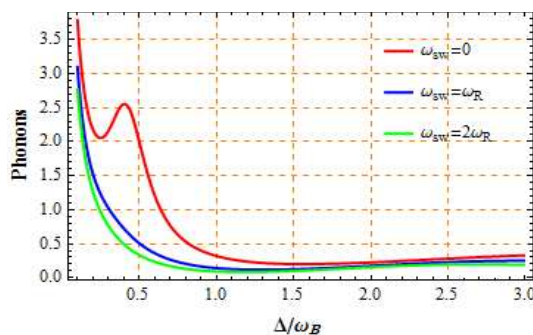
در این بخش سردسازی سامانه متشکل از BEC را در حضور برهم کنش های اتم- اتم مورد مطالعه قرار می دهیم. سردسازی کوانتومی در حقیقت با سردسازی به مفهوم عام متفاوت بوده و به گذار یک سامانه به حالت پایه گفته می شود. بررسی بسیاری از ویژگی های فیزیکی در سامانه هایی که در حالت پایه خود قرار داشته باشند و همانند این سامانه امکان دستکاری هم داشته باشند از اهمیت



زیادی برخوردار است. در حقیقت اهمیت سردسازی اپتومکانیکی در این است که یک سامانه ماکروسکوپی در دسترس با امکان دستکاری را به یک حالت کوانتومی برده ایم. این سامانه آمیخته پس از یک زمان گذار به حالت پایا خواهد رسید و در صورتی که تمام عناصر ماتریس رانشی A حقیقی و منفی باشد، شرایط پایا بر اساس معیار روث-هورویتس^۱ به دست خواهد آمد. میانگین انرژی نوسانات اتم‌های BEC در حالت پایا به صورت زیر است:

$$U_s = \frac{\hbar\omega_B}{\gamma} [\langle \delta q^2 \rangle - \langle \delta p^2 \rangle] = \frac{\hbar\omega_B}{\gamma} [v_{11} - v_{22}] = \hbar\omega_B (n_{eff} + 1/2) \quad (16)$$

که v_{11} و v_{22} اولین و دومین مولفه‌های ماتریس هم‌وردا هستند. اتم‌های BEC در صورتی در حالت پایا قرار می‌گیرند که $n_{eff} = 0$ و یا $v_{11} = \langle \delta q^2 \rangle = 1/2$ و $v_{22} = \langle \delta p^2 \rangle = 1/2$ باشند. در شکل (۵) تعداد برانگیختگی‌های ارتعاش موثر n_{eff} چگاله بوز-اینشتین BEC بر حسب وادیدگی کاواک Δ / ω_B برای سه مقدار متفاوت بر هم کنش اتمی ω_ω رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که بر هم کنش‌های اتمی تأثیری در سردسازی سامانه BEC ندارند و تنها مقادیر ابتدایی آنها تغییر می‌کند.

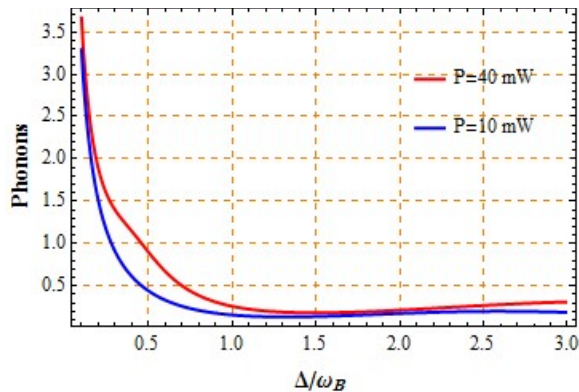


شکل ۵ تعداد فونون‌های برانگیخته مدهای BEC بر حسب وادیدگی کاواک نوری به ازای برهمکنش‌های گوناگون اتمی در چگاله بوز-اینشتین.

همچنین در شکل (۶) به بررسی توان ورودی لیزر P بر سرد سازی اتم‌های BEC می‌پردازیم. این شکل نشان می‌دهد که توان لیزر ورودی تأثیری بر میزان برانگیختگی‌های اتم‌های BEC ندارد،

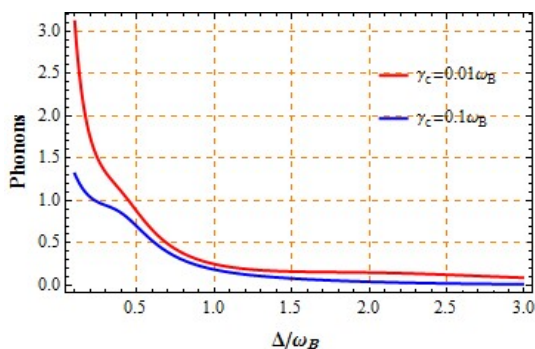
¹ Routh- Hurwitz

بنابراین حتی در انرژی‌های مصرفی کمتر نیز می‌توان به رژیم سردسازی دست یافت که این خود از اهمیت قابل توجهی برخوردار است.



شکل ۶ تعداد فونون‌های برانگیخته مدهای BEC برحسب وادیندگی کاواک نوری به ازای توان‌های گوناگون نور لیزر ورودی.

در شکل (۷) نیز به بررسی سردسازی اتم‌های BEC به ازای ضریب‌های اتلاف مختلف اتم‌های BEC می‌پردازیم. این شکل نشان می‌دهد که اتلاف بزرگترین سامانه دلیلی می‌شود که شروع برانگیختگی‌های فونونی از مقادیر کمتری آغاز شود ولی با افزایش مقدار وادیندگی تفاوت زیادی بین فرآیند سردسازی به ازای ضریب‌های اتلاف اتمی دیده نمی‌شود.



شکل ۷ تعداد فونون‌های برانگیخته مدهای BEC برحسب وادیندگی کاواک نوری به ازای ضرایب گوناگون اتلاف مدهای BEC .



۷. نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک سامانه آمیخته حالت جامد و اتمی بررسی شد. در این سامانه نشان داده شد که بین مد میدان نوری خروجی f و مدهای BEC درهم‌تندگی بوجود می‌آید. شبیه این درهم‌تندگی در سامانه اپتومکانیکی استاندارد بین مد میدان داخل کاواک و مد نوسانات آینه متحرک نیز وجود دارد. از این درهم‌تندگی می‌توان در کاربردهای اطلاع‌رسانی کوانتومی استفاده کرد و با اندازه‌گیری کوانتومی مد خروجی میدان از حالات BEC آگاهی پیدا کرد. به دلیل زمان همدوسی بالای سامانه BEC، می‌توان از این سامانه به عنوان کیوبیت و ذخیره‌سازی اطلاعات استفاده کرد. در این پژوهش شرایطی را بدست آوردیم که در آن می‌توان حداکثر درهم‌تندگی را بدست آورد. این نتایج با مدل کاملتری نسبت به مدل‌های قبلی و با در نظر گرفتن عامل برهم‌کنش اتم-اتم بدست آمده است. از این رو، می‌توان از درهم‌تندگی سامانه به عنوان معیاری از میزان برهم‌کنش‌های اتمی در BEC استفاده کرد.

مطالعه اثر برهم‌کنش اتمی نشان داد که با افزایش برهم‌کنش‌های اتم-اتم، درهم‌تندگی بین زیر سامانه‌ها کاهش می‌یابد و همچنین این درهم‌تندگی با استفاده از عواملی چون پایش توان لیزر ورودی و ضریب اتلاف BEC قابل تنظیم است. در نهایت بررسی پدیده سردسازی کوانتومی بر روی ارتعاشات چگاله بوز-اینشتین انجام و نشان داده شد که افزایش برهم‌کنش‌های اتم-اتم تا حدودی پدیده سردسازی را تقویت می‌کند در حالی که بر روی درهم‌تندگی اثر وارونه می‌داشت. همچنین عواملی چون توان لیزر ورودی و ضریب اتلاف BEC تاثیر زیادی بر روی پدیده سردسازی نداشته و از این رو با صرف انرژی‌های ورودی کمتر نیز می‌توان به سردسازی کوانتومی در سامانه BEC دست یافت.

۸. تقدیر و تشکر

این پژوهش توسط دانشگاه کاشان پشتیبانی شده است (Grant No: 1101636).



منابع

- [1] Armour, A., M. Blencowe, and K.C. Schwab, *Entanglement and decoherence of a micromechanical resonator via coupling to a Cooper-pair box*. Physical Review Letters, **88**(14): p. 148301, 2002.
- [2] Blais, A., et al., *Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation*. Physical Review A, **69**(6): p. 062320, 2004.
- [3] Blatt, R. and D. Wineland, *Entangled states of trapped atomic ions*. Nature, **453**(7198): p. 1008-1015, 2008.
- [4] Buluta, I. and F. Nori, *Quantum simulators*. Science, **326**(5949): p. 108-111, 2009.
- [5] Hanson, R. and D.D. Awschalom, *Coherent manipulation of single spins in semiconductors*. Nature, **453**(7198): p. 1043-1049, 2008.
- [6] You, J. and F. Nori, *Superconducting circuits and quantum information*. arXiv preprint quant-ph/0601121, 2006.
- [7] Marinković, I., et al., *Hybrid integration of silicon photonic devices on lithium niobate for optomechanical wavelength conversion*. Nano letters, **21**(1): p. 529-535, 2021.
- [8] De Chiara, G., M. Paternostro, and G.M. Palma, *Entanglement detection in hybrid optomechanical systems*. Physical Review A, **83**(5): p. 052324, 2011.
- [9] Xiang, Z.-L., et al., *Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems*. Reviews of Modern Physics, **85**(2): p. 623, 2013.
- [10] Nongthombam, R., A. Sahoo, and A.K. Sarma, *Ground-state cooling of a mechanical oscillator via a hybrid electro-optomechanical system*. Physical Review A, **104**(2): p. 023509, 2021.
- [11] Chang, Y., H. Ian, and C. Sun, *Quantum Optomechanics with Single Atom*. arXiv preprint arXiv:0810.4206, 2008.
- [12] Ouyang, S.-H., J. You, and F. Nori, *Cooling a mechanical resonator via coupling to a tunable double quantum dot*. Physical Review B, **79**(7): p. 075304, 2009.
- [13] Tian, L. and P. Zoller, *Coupled ion-nanomechanical systems*. Physical review letters, **93**(26): p. 266403, 2004.
- [14] Wallquist, M., et al., *Hybrid quantum devices and quantum engineering*. Physica Scripta, **2009**(T137): p. 014001, 2009.
- [15] Dong, X.-L., et al., *Unconventional quantum sound-matter interactions in spin-optomechanical-crystal hybrid systems*. Physical Review Letters, **126**(20): p. 203601, 2021.
- [16] Kettler, J., et al., *Inducing micromechanical motion by optical excitation of a single quantum dot*. Nature nanotechnology, **16**(3): p. 283-287, 2021.
- [17] Dalafi, A., et al., *Nonlinear effects of atomic collisions on the optomechanical properties of a Bose-Einstein condensate in an optical cavity*. Physical Review A, **87**(1): p. 013417, 2013.
- [18] Motazedifard, A., et al., *Controllable generation of photons and phonons in a coupled Bose-Einstein condensate-optomechanical cavity via the parametric dynamical Casimir effect*. Annals of Physics, **396**: p. 202-219, 2018.
- [19] Asjad, M. and F. Saif, *Normal mode splitting in hybrid BEC-optomechanical system*. Optik, **125**(19): p. 5455-5460, 2014.
- [20] Genes, C., et al., *Robust entanglement of a micromechanical resonator with output optical fields*. Physical Review A, **78**(3): p. 032316, 2008.



[21] Eisert, J., *G. Vidal and RF Werner*. Phys. Rev. A, **65**: p. 032314, 2002.

© 2020 Alzahra University, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

