

فصلنامه علمی

فیزیک کاربردی ایران

سال یازدهم/ پیاپی ۲۵/ فصلنامه/ تابستان ۱۴۰۰

- ۷-۱۴ شبیه‌سازی جذب نوترونی کامپوزیت پایه آلومینیومی حاوی ذرات کاربید بور
زهره صفایی، محسن اسدی اسدآباد، رضا امینی نجف آبادی و جواد مختاری
- ۱۵-۳۱ حل معادله دیراک برای هامیلتونی شبه‌هرمیتی و گذار از ترازهای انرژی
زهره بخشی، فرشته سلیمانی و ساره خوشدونی
- ۳۲-۴۶ اثر جریان پلازما بر امواج طولی ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی با رهیافت اختلالی
کرم بهاری
- ۴۷-۵۷ پاسخ سالیتمی معادله غیر خطی شرو دینگر در حضور کمینه طول مشاهده پذیر
بهروز خسروپور
- ۵۸-۶۹ بررسی ابتدابه‌ساکن ویژگی‌های الکترونی و ساختاری ابررسانای MgB_2
حمداله صالحی و علی احمدی
- ۷۰-۸۲ طراحی و شبیه‌سازی یک دی‌مدولاتور کلیدزنی انتقال تمام‌نوری فرکانس با
استفاده از کاواک‌های تشدید مبتنی بر بلور فوتونی
اکرم اصغری گوار و علیرضا عندلیب
- IX-XV چکیده مقالات به انگلیسی

به نام خدا



فصلنامه علمی

فیزیک کاربردی ایران

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰



فصلنامه علمی

فیزیک کاربردی ایران

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صاحب امتیاز: معاونت پژوهشی دانشگاه الزهرا

مدیر مسئول: سعیده شعاری نژاد، دانشیار دانشگاه الزهرا

سر دبیر: عزیزاله شفیعی‌خانی، استاد دانشگاه الزهرا

اعضای هیأت تحریریه:

داود درانیان، فیزیک پلاسما، استاد دانشگاه آزاد اسلامی

محمودرضا روحانی، فیزیک پلاسما، دانشیار دانشگاه الزهرا

فاطمه شجاعی باغینی، فیزیک گرانش، استاد دانشگاه تهران

عزیزاله شفیعی‌خانی، نانوفیزیک، استاد دانشگاه الزهرا

فاطمه شهشهانی، فیزیک لیزر، دانشیار دانشگاه الزهرا

مرتضی فتاحی، ژئوفیزیک، دانشیار دانشگاه تهران

طیب کاکاوند، فیزیک هسته‌ای، استاد دانشگاه بین‌المللی امام خمینی قزوین

عبداله مرتضی علی، فیزیک ماده چگال، استاد دانشگاه الزهرا

عزالدین مهاجرانی، فیزیک فوتونیک، استاد دانشگاه شهید بهشتی

ترانه وظیفه‌شناس، فیزیک ماده چگال، دانشیار دانشگاه شهید بهشتی

ناشر: معاونت پژوهشی دانشگاه الزهرا

دبیر اجرایی: مریم امیری خواه

ویراستار: محمدرضا سرکرده‌ای، دانشیار دانشگاه الزهرا

صفحه‌آرا: مریم امیری خواه

ترتیب انتشار: فصلنامه

این نشریه به موجب نامه شماره ۱۳۹۲۰۳ مورخ ۱۳۹۰/۰۷/۲۵ از وزارت علوم، تحقیقات و

فناوری مجوز انتشار دارد.

نشانی: تهران، ونک، ده ونک، دانشگاه الزهرا، معاونت پژوهشی، کدپستی ۱۹۹۳۸۹۳۹۷۳

Email: aujap@alzahra.ac.ir

شاپا الکترونیکی: ۲۷۸۳-۱۰۵۱

راهنمای نویسندگان

مجله فیزیک کاربردی ایران، مجله‌ای با داوری همتاست، که بستری برای انتشار دستاوردهای پژوهشی محققان در حوزه فیزیک کاربردی به زبان فارسی ایجاد می‌کند. این مجله از تحقیقات و پژوهش‌های اصیل استقبال می‌کند. مقالات ممکن است از حوزه‌های نظری گرفته تا آزمایش‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های سامانه‌های فیزیکی با رهیافت‌های متنوع، یا مشاهدات جدید را گزارش کند.

قبل از تحویل به مجله اطمینان حاصل کنید که:

- ۱) یک نفر نویسنده مسئول معرفی شود.
- ۲) رایانامه و وابستگی سازمانی افراد به صورت دقیق آماده شده باشد.
- ۳) مقاله در نرم‌افزار ورد تایپ شده باشد و حتماً فایل مقاله در قالب ورد ارسال شود.
- ۴) مشخصات نویسندگان و وابستگی سازمانی آنان هم به فارسی و هم به انگلیسی در فایل جداگانه در قالب ورد ارسال شود.

اصول اخلاقی

- ۱) مقاله قبلاً در نشریه دیگری چاپ نشده باشد (مگر به صورت چکیده یا بخشی از سخنرانی یا رساله دانشگاهی) و همزمان با این مجله به مجله دیگری ارسال نشده باشد.
- ۲) نویسندگان تعهد می‌کنند که بعد از چاپ نیز مقاله را به مجله دیگری که فارسی باشد ارسال نکنند.
- ۳) تمامی نویسندگان باید هر رابطه مالی و شخصی را با افراد و سازمان‌های دیگر، که به مقاله ایشان مربوط می‌شود، در نامه همراه به صورت شفاف شرح دهند.
- ۴) تمامی نویسندگان باید در مقاله سهم اساسی داشته باشند و همگی باید از ترتیب و فهرست نویسندگان آگاه باشند.
- ۵) دقت کنید که حذف و اضافه یا تغییر دادن ترتیب نویسندگان و نیز تغییر نویسنده مسئول پس از پذیرش نهایی مجاز نیست.

تدوین مقاله

زبان مقاله

- ۱) متن مقاله به زبان فارسی نوشته می‌شود.
- ۲) چکیده و نام نویسندگان و نشانی ایشان و کلیدواژه‌ها به فارسی و انگلیسی تهیه شود.

حروف چینی و تگارش مقاله

- ۳) مقاله به زبان فارسی و در نرم‌افزار مایکروسافت ورد در صفحه A4 تایپ شود. عنوان مقاله با قلم زر پرنرنگ ۱۶، چکیده انگلیسی با قلم تایمز ۱۲، اسامی نگارندگان با قلم زر ۱۲ تایپ شود. قلم زر معمولی ۱۲ برای

- متن مقاله به کار برده شود. فواصل خطوط در متن فارسی و انگلیسی ۱ باشد و تمام صفحات شماره گذاری شود. حاشیه‌ها از هر طرف ۲.۵ سانتی متر باشد.
- (۴) کل مقاله بیش از بیست صفحه نباشد.
- (۵) حتماً فایل word مقاله ارسال شود.
- (۶) مشخصات نویسندگان و وابستگی سازمان کامل آنان باید به زبان فارسی و انگلیسی در یک فایل word جداگانه ارسال شود.
- (۷) عنوان مقاله باید کوتاه و رسا باشد.
- (۸) چنانچه ارائه کننده مقاله دانشجو باشد، نام استاد راهنمای دانشجو نیز باید ذکر شود.
- (۹) چکیده فارسی و انگلیسی مقاله باید شامل مطالب مهم یافته‌های تحقیق باشد و از ۲۵۰ کلمه تجاوز نکند. ضروری است نویسندگان واژگان کلیدی (سه تا پنج واژه) را در انتهای چکیده فارسی و انگلیسی درج نمایند.
- (۱۰) متن مقاله به ترتیب باید شامل بخش‌های مقدمه، روش کار (مواد، دستگاه‌ها و روش‌ها)، نتایج، بحث و نتیجه‌گیری، منابع و تقدیر و تشکر باشد.
- (۱۱) بهتر است برای بیان اوزان از سیستم متریک استفاده شود. در غیر این صورت واحدها در آغاز مقاله بیاید و با حروف نوشته شود.
- (۱۲) استفاده از جدول وقتی مجاز است که درج اطلاعات به دست آمده در متن به راحتی میسر نباشد. عنوان جدول در بالای جدول نوشته شده و گویا باشد، به نحوی که نیاز به مراجعه به متن مقاله نباشد، اختصارات و علائم متن جدول باید در زیرنویس مشخص شود.
- (۱۳) عکس‌ها باید اصل و ترجیحاً سیاه و سفید باشد. توصیه می‌شود عکس‌های میکروسکوپ الکترونی به طور مجزا به صورت JPG تهیه و ارسال گردد. تمام شکل‌ها باید دارای عنوان باشند و به ترتیب شماره گذاری در متن ذکر شوند.
- (۱۴) کلیه جدول‌ها و نمودارها باید رسم شود و عکس نباشد.

منابع:

- (۱۵) منابع در انتهای مقاله با قلم تایمز ۹ مطابق دستور کار زیر آورده شوند:
- کتاب: چگونگی آوردن کتاب‌ها در بخش مراجع به ترتیب زیر است:
نام خانوادگی و نام نویسنده، عنوان کتاب و ناشر آن، محل نشر، نوبت چاپ، شماره صفحه و سال انتشار
- Crano J.C. and Guglielmetti R.J., *Organic Photochromic and Thermochemical Compounds: Main Photochromic Families*, 1st ed. Kluwer Academic, Boston, 1, 1-9, 2002.
- *Industrial Biofouling: Detection, Prevention and Control*, Walker J., Surman S. and Jass J. (Eds.), John Wiley and Sons, New York, 57-63, 2000.

• مقاله‌ها: نحوه آمدن مقاله‌ها به ترتیب زیر است:

نام‌خواندگی و نام نویسنده، عنوان مقاله، نام مجله، شماره جلد، صفحه‌های ابتدایی و انتهایی مقاله و سال انتشار

- Keyvan Rad J., Mahdavian A.R., Salehi-Mobarakeh H., and Abdollahi A., FRET Phenomenon in Photoreversible Dual-Color Fluorescent Polymeric Nanoparticles Based on Azocarbazole/Spiropyran Derivatives, *Macromolecules*, **49**, 141-152, 2016.

• مجموعه مقالات

- Khoubi-Arani Z. and Mohammadi N., Thermodynamically Controlled Assemblies of Hard/Soft Polymeric Nanoparticles for Mechanical Waves and Shock Absorption, *Proceeding of 12th International Seminar on Polymer Science and Technology*, Islamic Azad University, Tehran, 2-5 November, 2016.

• پایان‌نامه‌ها

- Doddapaneni V., The Polymer-Based Nanocomposites for Electrical Switching Applications, PhD Thesis, School of Engineering Sciences, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2017.

• ثبت اختراع

- Chin D.A. and Irvin D.J., Actuator Device Utilizing a Conductive Polymer Gel, US Pat.6,685,442, 2004.

• تارنما

- Mauritz K., Sol-gel , <http://www.psrc.usm.edu/mauritz/solgel.htm>, Available in 13 February 2005.

• استانداردها

- Standard Test Method for Solidification Point of BPA, Annual Book of ASTM Standard, **06.04**, D 4493-94, 2000.

منابع غیرانگلیسی نیز باید به انگلیسی ترجمه شود و زبان اصلی منبع در پایان هر منبع داخل پرانتز ذکر شود؛ برای مثال برای منابع فارسی ترجمه شده به انگلیسی در پایان عبارت (in Persian) در پرانتز درج شود.

فهرست مطالب

- ۷-۱۴ شبیه‌سازی جذب نوترونی کامپوزیت پایه آلومینیومی حاوی ذرات کاربید بور
زهرا صفایی، محسن اسدی اسدآباد، رضا امینی نجف آبادی و جواد مختاری
- ۱۵-۳۱ حل معادله دیراک برای هامیلتونی شبه‌هرمیتی و گذار از ترازهای انرژی
زهرا بخشی، فرشته سلیمانی و ساره خوشدونی
- ۳۲-۴۶ اثر جریان پلازما بر امواج طولی ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی با رهیافت اختلالی
کرم بهاری
- ۴۷-۵۷ پاسخ سالیتمونی معادله غیر خطی شرودینگر در حضور کمینه طول مشاهده‌پذیر
بهروز خسروپور
- ۵۸-۶۹ بررسی ابتدابه‌ساکن ویژگی‌های الکترونی و ساختاری ابررسانای MgB_2
حمداله صالحی و علی احمدی
- ۷۰-۸۲ طراحی و شبیه‌سازی یک دی‌مدولاتور کلیدزنی انتقال تمام‌نوری فرکانس با استفاده از
کاواک‌های تشدید مبتنی بر بلور فوتونی
اکرم اصغری گوار و علیرضا عندلیب

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۱۴-۷

مقاله پژوهشی

شبیه‌سازی جذب نوترونی کامپوزیت پایه آلومینیومی حاوی ذرات کاربید بور^۱

زهرا صفایی^۲، محسن اسدی اسدآباد^{۳*}، رضا امینی نجف آبادی^۴ و جواد مختاری^۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۲۱

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۲۲

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۰

چکیده

استفاده از کامپوزیت‌های زمینه فلزی می‌تواند ترکیبی از خواص مطلوب زمینه فلزی و همچنین خواص ویژه فیزیکی ذرات جاذب نوترون مانند کاربید بور را فراهم سازد که به تنهایی ممکن است شکننده و ترد باشند. در این پژوهش مطالعه‌ای روی توان تضعیف نوترون حفاظ‌های کامپوزیتی از نوع میکرو کامپوزیت آلومینیوم/کاربید بور با درصدهای ۵، ۱۰ و ۲۰ درصد وزنی کاربید بور انجام شده است. جهت بررسی خواص جذب نوترون نمونه‌های مورد مطالعه از روش شبیه‌سازی کد مونت کارلوی MCNP و چشمه نوترونی کانال خشک رآکتور

^۱ DOI: 10.22051/ijap.2021.36082.1210

^۲ دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی متالورژی و مواد، دانشکده فنی، دانشگاه فنی مهندسی گلپایگان، گلپایگان، اصفهان، ایران.

Email: zsafaei212@yahoo.com

^۳ دانشیار، پژوهشکده رآکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، اصفهان، ایران. (نویسنده مسئول).

Email: msasadi@aeoi.org.ir

^۴ استادیار، گروه مهندسی متالورژی و مواد، دانشکده فنی، دانشگاه فنی مهندسی گلپایگان، گلپایگان، اصفهان، ایران.

Email: ramini33@yahoo.com

^۵ استادیار، پژوهشکده رآکتور و ایمنی هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، اصفهان، ایران. Email: jmokhtari34@gmail.com

MNSR با شار $1.0^5 \text{ n.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ در $2/13 \times 1.0^5$ در توان نامی ۳۰ کیلووات استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که شار نوترون در حضور نمونه‌های ۵، ۱۰ و ۲۰٪ کاربید بور به ترتیب $1.0^5 \text{ n.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ، $1/32 \times 1.0^5$ ، $1/12 \times 1.0^5$ و $1/07 \times 1.0^5$ پیش بینی می‌شود و با این افزایش درصد فاز تقویت کننده کاربید بور، شار نوترون تا ۵۰٪ کاهش می‌یابد.

واژگان کلیدی: کاربید بور، جذب نوترون، شبیه‌سازی، حفاظ هسته‌ای، حفاظت هسته‌ای.

۱. مقدمه

در بحث حفاظت در برابر تابش نوترون، ساختارهایی مطلوب است که در مواجهه با تابش نوترون، سرعت نوترون در آن کاهش یابد و در نتیجه تضعیف گردد. در مورد نوترون‌های تند، ترکیبی از مواد استفاده می‌شود که نخست به وسیله پراکندگی‌های کشسان^۱، انرژی نوترون کاهش یابد تا به حد انرژی نوترون‌های حرارتی برسد و سپس به وسیله مواد جاذب نوترون، این نوترون‌های کم‌انرژی جذب شوند. با توجه به این که جرم نوترون تقریباً با جرم هیدروژن یکسان است، مؤثرترین مواد کندکننده (تعديل کننده)^۲، مواد هیدروژن‌گونه است. افزون بر این، مواد جاذب مطلوب باید حین جذب نوترون‌های حرارتی، اثرگیراندازی گسیل گاما را به کمترین مقدار برساند. بسیاری از مواد مورد استفاده در ساخت قطعات به منظور حفاظت در برابر تابش نوترون منجر به دام انداختن پرتوهای گاما یا فوتون‌ها به وسیله پراکندگی ناکشسان می‌شوند. با اضافه کردن بور، لیتیم و یا گادولونیوم به ساختار قطعات حفاظ، این برهمکنش‌ها را می‌توان به حداقل رساند. از آنجا که بور نسبتاً ارزان است و قابلیت بالایی در جذب نوترون‌های حرارتی دارد، از این رو ترکیبات حاوی بور برای این هدف انتخاب می‌شوند [۱]. حفاظ‌های کامپوزیتی شامل یک کندکننده نوترون سریع و یک ماده جاذب نوترون گرمایی هستند. نوترون‌های سریع در اثر پراکندگی‌های مکرر به وسیله هسته‌های کربن و هیدروژن، قسمت اعظمی از انرژی خود را از دست داده، کند شده و در نهایت حرارتی می‌شوند. از جمله مواد کندکننده می‌توان به آب، پارافین و دیگر مواد هیدروژن‌دار اشاره کرد [۲]. کامپوزیت $\text{Al-B}_4\text{C}$ به علت توانایی جذب نوترون، بدون تشکیل هسته‌های رادیواکتیو با عمر طولانی، به طور گسترده‌ای به عنوان میله‌های کنترل، مواد محافظ و آشکارساز نوترون در رآکتورهای هسته‌ای استفاده می‌شود [۳] توانایی جذب نوترون توسط کاربید بور با غنی کردن ایزوتوپ ^{10}B افزایش می‌یابد. همچنین مواد کامپوزیت حاوی کاربید بور با هدایت حرارتی مطلوب

¹ Elastic Scattering

² Moderator

و مقاومت مناسب در برابر شوک حرارتی به عنوان نخستین مواد در دیوارهٔ رآکتورهای همجوشی هسته‌ای معرفی شده‌اند [۴]. پژوهش‌های بسیاری در این زمینه انجام شده است، به طور مثال در مطالعه‌ای که اوئنز^۱ و همکارانش در سال ۲۰۱۸ انجام دادند، از روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو، قابلیت محافظت نوترون و خصوصیات تولید تابش ثانویه در چهار مادهٔ مختلف از جمله کاربید بور/آلومینیوم، کاربید بور/تنگستن، متاتن و شیشهٔ بور سیلیکات بیسموت و متاتن استفاده کردند. داده‌های حاصل در مورد عملکرد محافظتی و تابش ثانویهٔ تولید شده نشان داد که کامپوزیت کاربید بور/تنگستن مؤثرترین مادهٔ حفاظ کامپوزیتی است. همچنین مشخص گردید که کامپوزیت‌های حاوی مواد با عدد اتمی پایین، عملکرد حفاظتی بهتری در برابر نوترون‌های سریع دارند [۵]. همچنین در مطالعهٔ دیگری، کرکوت و همکارانش روی ویژگی حفاظ نوترونی نمونه‌های حاوی مقادیر مختلف بور تحقیق کردند و با استفاده از شبیه‌سازی و نتایج تجربی نشان دادند که با افزایش مقدار بور، خواص حفاظتی نمونه‌ها افزایش می‌یابد [۶]. در هیچ یک از پژوهش‌های انجام شده از محیط یک رآکتور برای شبیه‌سازی استفاده نشده است. یکی از رآکتورهای تحقیقاتی که بدین منظور از آن استفاده می‌شود، رآکتور چشمهٔ نوترون مینیاتوری (MNSR) است [۷]. این رآکتور کم‌قدرت با حداکثر توان ۳۰ KW و سوخت اورانیوم ۲۳۵ با غنای حدود ۹۰٪ در پژوهشکدهٔ رآکتور پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای اصفهان مستقر است.

روش‌ها و نرم‌افزارهای بسیاری برای تولید اعداد تصادفی به منظور کاربرد در شبیه‌سازی‌های مونت کارلو مطرح شده‌اند. در این میان کد MCNP یکی از قوی‌ترین کدهای محاسباتی در انجام محاسبات هسته‌ای است که بر اساس روش مونت کارلو کار می‌کند. این کد در طراحی رآکتورهای هسته‌ای و بررسی ایمنی آنها، حفاظ‌سازی، طراحی آشکارسازها، چاه‌پیمایی هسته‌ای، طراحی هدفمند شتاب دهنده‌ها، فیزیک پزشکی، محاسبات دزیمتری و منحنی‌های هم‌دز و غیره کاربرد دارد. این کد قابلیت رهگیری سه نوع ذره (نوترون، الکترون و فوتون) را دارد و اکثر برهمکنش‌های هر یک از این ذرات در سیستم بررسی می‌گردد. پارامترهای هر ذره بعد از برهمکنش به عنوان یک تاریخچه ذخیره می‌گردد و ذره آن قدر ردگیری می‌شود تا از سیستم خارج شود و یا آن‌چنان کم‌اهمیت شود که در نتیجهٔ محاسبات بی‌تأثیر باشد؛ سپس ذرهٔ بعدی ردگیری می‌شود. همچنین اگر در یک برهمکنش نوترون، فوتون و یا الکترون جدیدی تولید شود، آن ذره نیز ردگیری می‌شود. خروجی برنامه در واقع یک متوسط‌گیری روی سهم‌های تمام تاریخچه‌های ذرات در یک مسئله است [۸].

¹ Evans

در این پژوهش به منظور بررسی کارایی کامپوزیت $Al-B_4C$ به عنوان حفاظ جاذب نوترون از چند نمونه با درصد‌های مختلف B_4C استفاده گردید و برای نخستین بار خواص این نمونه‌ها با روش شبیه‌سازی با کد MCNP در چشمه نوترونی رآکتور تحقیقاتی MNSR مورد مطالعه قرار گرفت.

۲. مواد و روش‌ها

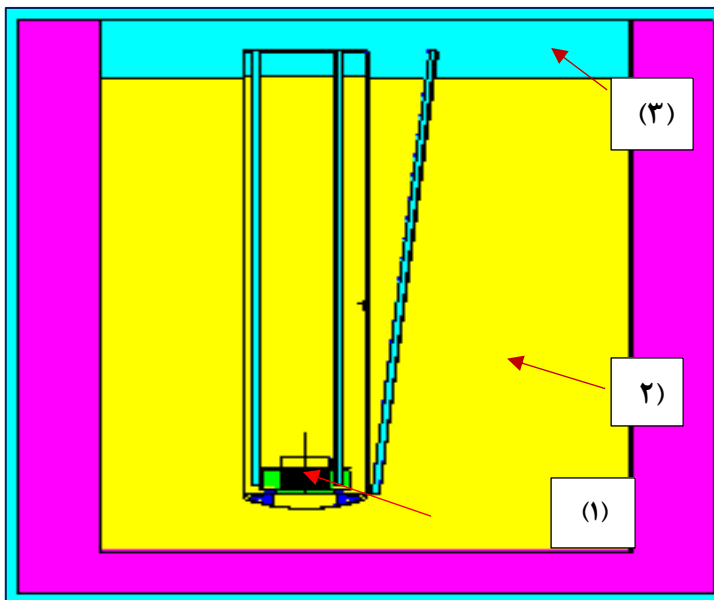
در رآکتور MNSR از اورانیوم با غنای بالا به عنوان سوخت، آب به عنوان خنک‌کننده و کندکننده و برلیوم به عنوان بازتابنده استفاده شد. غنای اورانیوم ^{235}U در این چشمه نوترونی ۸۹٪/۹۷ و چگالی سوخت $3/43 \text{ gr/cm}^3$ است. هدف از انجام مطالعات شبیه‌سازی در این پژوهش، بررسی توانایی کامپوزیت $Al-B_4C$ در جذب نوترون به عنوان حفاظ هسته‌ای است. در این تحقیق از نوترون‌های خروجی کانال خشک رآکتور مینیاتوری به عنوان چشمه نوترون استفاده شد. به همین منظور کل رآکتور به صورت سه‌بعدی در کد MCNPX6 شبیه‌سازی شد و با استفاده از روش Kcode و تالی F5 شار نوترون در خروجی کانال خشک در حضور نمونه‌های کامپوزیت و در نبود آنها محاسبه شد. در هر شبیه‌سازی از ۵۰ سیکل غیرفعال و ۵۰۰ سیکل فعال استفاده شد. در هر سیکل یک میلیون ذره دنبال شد. شبیه‌سازی‌ها در دمای ۱۵ درجه سانتی‌گراد انجام شد. برای به دست آوردن شار مطلق از ضریب تبدیل $10^{15} \times 2/53$ استفاده شد. نمونه‌های کامپوزیتی $Al-B_4C$ با کسر جرمی ۵٪، ۱۰٪ و ۲۰٪ کاربید بور در مقابل خروجی سایت خشک رآکتور MNSR با شرایط واقعی این رآکتور در توان ۳۰ کیلووات مدل گردید و شار نوترون در خروجی سایت خشک در حضور و غیاب نمونه‌ها اندازه‌گیری شد و اثر حضور نمونه‌ها به عنوان حفاظ، مورد مطالعه قرار گرفت. مشخصه ابعادی نمونه‌های مورد مطالعه در جدول ۱ ذکر شده است.

جدول ۱ مشخصه ابعادی تقریبی نمونه‌های کامپوزیتی $Al-B_4C$

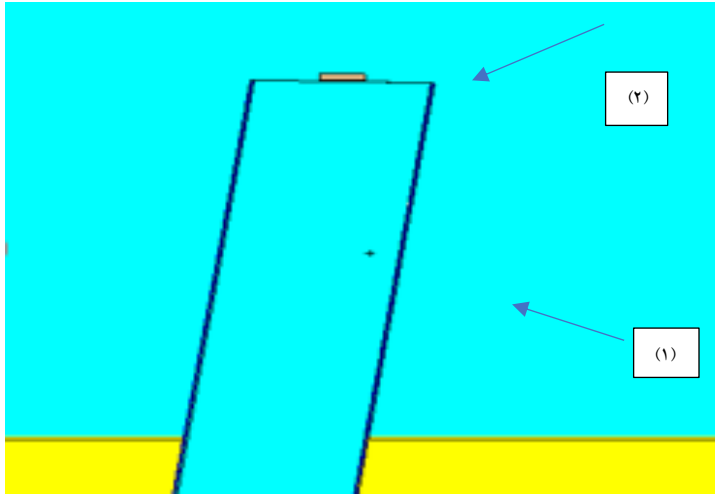
نمونه	طول (cm)	عرض (cm)	ضخامت (cm)
Al-5%B ₄ C	~۱/۹۰	~۱/۴۵	~ ۰/۳۹
Al-10%B ₄ C	~۱/۶۰	~۱/۲۰	~ ۰/۳۹
Al-20%B ₄ C	~۱/۲۵	~۱/۲۵	~ ۰/۳۹

۳. نتایج و بحث

هر چند در چند پژوهش [۹-۱۱] به کمک روش شبیه‌سازی مونت کارلو و همچنین چشمه‌های نوترونی با انرژی مختلف، مقدار جذب نوترون کامپوزیت‌های حاوی Al/B_4C با نسبت‌های مختلف بررسی شده است، اما این شبیه‌سازی برای نخستین بار در حضور رآکتور مینیاتوری (MNSR) انجام گرفته است. شکل ۱ شمایی از رآکتور مینیاتوری (MNSR) شبیه‌سازی شده با استفاده از کد MCNP و محل قرارگیری قلب رآکتور و همچنین سایت خشک و خروجی سایت خشک (محل قرارگیری نمونه‌های مورد مطالعه) را نشان می‌دهد. این نمودار با استفاده از نرم‌افزار X-Vised رسم شده است. شکل ۲ تصویر با بزرگنمایی بیشتر از نمونه شبیه‌سازی شده در خروجی سایت خشک را نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نمونه‌های مورد مطالعه در جدول ۲ ذکر شده است.



شکل ۱ شمایی از رآکتور مینیاتوری (MNSR) شبیه‌سازی شده با استفاده از کد MCNP، ۱: قلب رآکتور مینیاتوری MNSR، ۲: سایت خشک، ۳: خروجی سایت خشک (محل قرارگیری حفاظ‌های کامپوزیتی)



شکل ۲ تصویر شماتیک نمونه شبیه‌سازی شده در خروجی سایت خشک، ۱: سایت خشک، ۲: نمونه شبیه‌سازی شده در خروجی سایت خشک

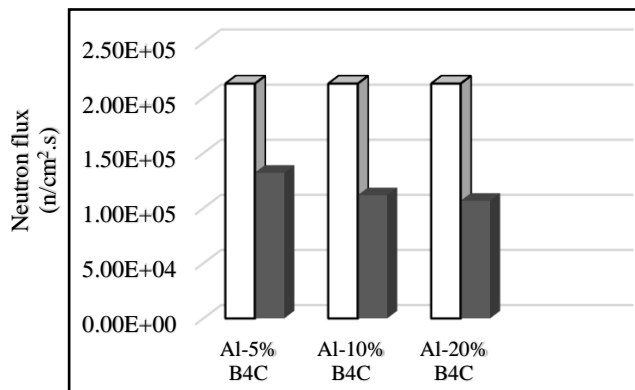
جدول ۲ نتایج شبیه‌سازی نمونه‌های کامپوزیتی $Al-B_4C$

نمونه	ضخامت (cm)	شار نوترون بدون حضور نمونه‌ها ($n/cm^2.s$)	شار نوترون در حضور نمونه‌ها ($n/cm^2.s$)	خطا
Al-5% B_4C	~ ۰/۳۹	$۲/۱۳۰۱۸ \times ۱۰^۵$	$۱/۳۲۱۴۸ \times ۱۰^۵$	۰/۰۰۱
Al-10% B_4C	~ ۰/۳۹	$۲/۱۳۰۱۸ \times ۱۰^۵$	$۱/۱۱۷۷۹ \times ۱۰^۵$	۰/۰۰۱
Al-20% B_4C	~ ۰/۳۹	$۲/۱۳۰۱۸ \times ۱۰^۵$	$۱/۰۶۷۲۱ \times ۱۰^۵$	۰/۰۰۱

شکل ۳ نیز اثر فاز تقویت کننده کاربید بور را در کاهش شار نوترون نشان می‌دهد. همان‌طور که از داده‌های شبیه‌سازی جدول ۲ و شکل ۳ استدلال می‌شود، شار نوترون حرارتی خروجی از سایت خشک رآکتور MNSR با حضور نمونه‌های کامپوزیتی به عنوان حفاظ کاهش یافته و با افزایش درصد فاز تقویت کننده کاربید بور، کاهش شار بیشتری نتیجه‌گیری می‌شود. در پژوهشی [۶] از روش مونت کارلو برای شبیه‌سازی ضرایب بازتاب و انتقال کامپوزیت Al/B_4C با درصد‌های جرمی مختلف B_4C و ضخامت‌های مختلف در برابر نوترون‌های با انرژی متفاوت استفاده شد. این تحقیق نشان داد که ضریب بازتاب ابتدا با افزایش ضخامت کامپوزیت Al/B_4C افزایش می‌یابد و پس از آن که ضخامت به مقدار مشخصی رسید، تمایل به اشباع دارد. این تحقیق نشان می‌دهد که

ضریب بازتاب اشباع نوترون و ضخامت مربوط به آن به انرژی نوترون و درصد جرمی B_4C در کامپوزیت بستگی دارد. در تحقیق دیگری [۹] نشان داده شد که افزایش کسر جرمی B_4C منجر به کارایی بیشتر حفاظ نوترون حرارتی می‌گردد. با افزایش ضخامت حفاظ نیز علاوه بر کاهش بیشتر شار سطحی، مقدار بسیار بیشتری تابش ثانویه تولید می‌شود.

از آنجا که سطح مقطع جذب نوترون برای ^{10}B در کاربید بور 3837 بارن است [۵]، شار نوترون فرودی هنگام برخورد با ذرات کاربید بور که به عنوان فاز تقویت کننده است، جذب می‌شود. طبیعی است با افزایش مقدار فاز B_4C ، جذب نوترون توسط نمونه‌ها افزایش می‌یابد و کاهش شار بیشتری مشاهده می‌شود؛ همچنین همان‌گونه که از داده‌های شبیه‌سازی جدول ۲ استدلالت می‌شود با مدل کردن نمونه‌های کامپوزیتی $Al-B_4C$ با درصدهای وزنی 5% ، 10% و 20% به ترتیب میزان شار نوترون حرارتی عبوری از نمونه‌ها کاهش می‌یابد و به ترتیب کاهش شار 38% ، 48% و 5% برای نمونه‌های $Al-5\%B_4C$ ، $Al-10\%B_4C$ و $Al-20\%B_4C$ مشاهده می‌شود. جذب نوترون در کامپوزیت $Al-Si-Mg-B_4C$ توسط چشمه نوترون $Am/Be241$ در یک پژوهش تجربی صورت گرفته است، خواص جذب نوترون با افزایش مقدار B_4C افزایش یافته است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که با افزایش درصد کاربید بور تا 8% ، میزان تضعیف نوترون 25.4 درصد افزایش می‌یابد. در پژوهش دیگری توسط ژیانگ و همکارانش [۱۱] داده‌های تجربی اندازه‌گیری جذب نوترون در کامپوزیت‌های حاوی $Al/B_4C/Gd$ با نتایج روش شبیه‌سازی توسط $MCNP$ مقایسه گردید و تطابق مطلوبی بین آنها مشاهده شد.



□ شار اندازه‌گیری شده بدون حضور نمونه

■ شار اندازه‌گیری شده در حضور نمونه

شکل ۳ اثر افزایش فاز تقویت کننده کاربید بور در میزان جذب نوترون

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش خواص هسته‌ای کامپوزیت $Al-B_4C$ به عنوان حفاظ جاذب نوترون با استفاده از روش شبیه‌سازی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش درصد فاز تقویت کننده کاربید بور، جذب نوترون توسط نمونه‌های کامپوزیتی افزایش می‌یابد و شار نوترون حرارتی در خروجی کانال خشک با حضور نمونه‌های کامپوزیتی کاهش می‌یابد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که کاهش شار نوترون و جذب آن توسط نمونه‌های کامپوزیتی با افزایش درصد فاز تقویت کننده همبستگی مثبتی دارد؛ به طوری که جذب نوترون حرارتی در نمونه $Al-5\%B_4C$ از ۳۸٪ به ۵۰٪ در نمونه $Al-20\%B_4C$ افزایش پیدا کرده است و بسته به نوع نیاز و مصرف آن در صنعت می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

منابع

- [1] Martin J.E., *Physics for Radiation Protection*, translated by Payami F., Bigdeli Z., and Nasr Isfahani M.J., 1st ed, Sana Publication, Isfahan, 2015 (In Persian).
- [2] Knoll G.F. *Radiation detection and measurement*. 4th ed. John Wiley & Sons, New York, 2010.
- [3] Dominguez C., Cocuad N., Drouan D., Constant A., and Jacquemain D., Investigation on boron carbide oxidation for nuclear reactor safety: Experiments in highly oxidising conditions, *Journal of nuclear materials*, 374(3), 473-481, 2008.
- [4] Jimbou R., Saidoh M., Nakamura K., Akiba M., Suzuki S., Gotoh Y., and Tsuchiya B., New composite composed of boron carbide and carbon fiber with high thermal conductivity for first wall, *Journal of nuclear materials*, 233, 781-786, 1996.
- [5] Evans B.R., Lian J., and Ji W., Evaluation of shielding performance for newly developed composite materials, *Annals of Nuclear Energy*, 116, 1-9, 2018.
- [6] Korkut T., Karabulut A., Budak G., Aygün B., Gencil O., and Hançerlioğullar A., Investigation of neutron shielding properties depending on number of boron atoms for colemanite, ulexite and tincal ores by experiments and FLUKA Monte Carlo simulations, *Applied Radiation and Isotopes*, 70 (1), 341-345, 2012.
- [7] Mokhtari, J., Faghihi, F., Choopan Dastjerdi, M.H., and Khorsandi, J., Neutronic feasibility study of using a multipurpose MNSR for BNCT, NR, and NAA, *Applied Radiation and Isotopes*, 161, 109147, 2020.
- [8] X-5 Monte Carlo Team, <https://mcnp.lanl.gov> April 24, 2003 (Revised 2/1/2008).
- [9] Zhang P., Li Y., Wang W., Gao Z., and Wang B., The design, fabrication and properties of B_4C/Al neutron absorbers, *Journal of Nuclear materials*, 437(1-3), 350-358, 2013.
- [10] Abdullah Y., Ibrahim A.S., Daud A.R., and Yusof M.R., Neutron absorption of $Al-Si-Mg-B_4C$ composite, *AIP Conference Proceedings*, 1704 (1), 2016.
- [11] Jiang L.T., Xu Z.G., Fei Y.K., Zhang Q., Qiao J., and Wu G.H., The design of novel neutron shielding $(Gd+B_4C)/6061Al$ composites and its properties after hot rolling, *Composites Part B*, 168, 183-190, 2019.

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۱۵ - ۳۱

مقاله پژوهشی

حل معادله دیراک برای هامیلتونی شبه هریتی و گذار از ترازهای انرژی^۱

زهرا بخشی^{۲*}، فرشته سلیمانی^۳ و ساره خوشدونی^۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۲۴

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۰۳

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۱

چکیده

در این مقاله، معادله نسبیتی دیراک در یک بعد، برای ذره‌ای در یک میدان الکترومغناطیسی خارجی با تقریب جرم مؤثر وابسته به مکان، و در نبود پتانسیل برداری، مورد بررسی قرار می‌گیرد. با حذف مؤلفه اسپینور پایین و ترکیب جفت معادلات، معادله شرودینگر گونه‌ای برای مؤلفه اسپینور بالا به دست می‌آید. با استفاده از تبدیلات کانونیک و معرفی دو عملگر دیفرانسیلی مرتبه اول هریتی و پاد هریتی، فرمول‌بندی مناسبی برای هامیلتونی‌های شبه هریتی با تقارن پارینه-وارونی زمان (PT) نتیجه می‌شود. مقایسه معادله حاصل از هامیلتونی شبه هریتی با معادله غیر نسبیتی شرودینگر، به یک فرمول‌بندی کلی برای پتانسیل‌های موهومی غیر هریتی

^۱ DOI: 10.22051/ijap.2021.35731.1203

^۲ استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شاهد، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) Email: z.bakhshi@shahed.ac.ir

^۳ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شاهد، تهران، ایران. Email: sn.fereshte1991@gmail.com

^۴ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شاهد، تهران، ایران. Email: sare.khoshtooni@gmail.com

حل پذیر یک بعدی با طیف انرژی حقیقی منجر خواهد شد. همچنین با به کارگیری این رهیافت، پتانسیل های موهومی پاشل-تلمر و اسکارف ۲ با طیف انرژی حقیقی در معادله دیراک با چارچوب جرم مؤثر وابسته به مکان و تقارن PT بررسی و کاربرد آنها بیان می گردد. به ازای برخی پارامترها، شاهد پدیده گذار (عبور) از ترازهای انرژی خواهیم بود. در واقع به تعبیری می توان گفت که ترازهای انرژی از طیف انرژی ناپدید می شوند. همچنین برای مثال های ذکر شده، نمودارهای پتانسیل نیز رسم شده است.

واژگان کلیدی: معادله دیراک، معادله شرودینگر، پتانسیل موهومی، هامیلتونی شبه هرmitی.

۱. مقدمه

مطالعه هامیلتونی های غیر هرmitی با تقارن PT نخستین بار توسط بندر و بوتچر انجام شد. پیش از آن تعداد فراوانی مقاله در زمینه های گوناگون مکانیک کوانتومی با تقارن PT منتشر شده بود. مطالعه این نوع تقارن با بررسی مدل های مکانیک کوانتومی آغاز شد و در جنبه های گوناگون ابر تقارنی، شبه حل پذیر و نظریه میدان کوانتومی ادامه یافت. نظریه تقارن PT ، به عنوان تحلیلی پیوسته از نظریه های مربوط به گذار از فضای حقیقی به موهومی نیز به کار می رود. مسائل با تقارن PT در نظریه میدان های کوانتومی مطالعه می شوند، همچنین از طریق شباهت های ریاضیاتی به مسائل فیزیک حالت جامد نیز مرتبط اند. از نوع تأثیر دو عملگر تقارنی گسسته یکی پارته (انعکاس فضا)، که با P نشان داده می شود و دیگری وارونی زمان، با نمایش T ، روی متغیرهای دینامیکی x (عملگر مکان) و ρ (عملگر تکانه) تعریف می شوند. عملگر پارته خطی است و روی عملگر تکانه ρ و عملگر مکان x به صورت $P\rho P = -\rho$ و $PxP = -x$ اثر می کند. عملگر T غیر خطی است و به صورت $TxT = x$ و $T\rho T = -\rho$ عمل می کند. از طرفی T تغییر علامت $i \rightarrow -i$ را می دهد، زیرا باید رابطه جابجایی $[x, \rho] = i$ بین متغیرهای دینامیکی مکانیک کوانتومی حفظ شود. از طرف دیگر، مجذور این عملگرها، عملگر واحد است ($P^2 = T^2 = 1$) و با هم نیز جابجا می شوند [۱-۲].

روش های مختلفی برای ساخت هامیلتونی غیر هرmitی با طیف حقیقی وجود دارد و بدین منظور از مکانیک کوانتومی ابر تقارنی استفاده می شود. برای تعمیم تقارن PT شرط η -شبه هرmitی جایگزین آن می شود، با این مفهوم که بیان می کند تقارن PT شامل زیرمجموعه هایی است که به اصطلاح

η -شبه‌هرمیتی نامیده می‌شوند. هامیلتونی H یک η -شبه‌هرمیتی است اگر از تبدیل تشابهی $\eta H = H^\dagger \eta$ پیروی کند [۳-۴].

در سال‌های اخیر مطالعه سیستم‌های کوانتومی در چارچوب جرم مؤثر وابسته به مکان (PDEM) مورد توجه زیادی واقع شده است. ذرات کوانتومی با جرم مؤثر وابسته به مکان برای مطالعه مسائل فیزیکی مدل‌های جالبی هستند که در بررسی چگالی انرژی در مسائل چند جسمی، تعیین خواص الکترونیکی ساختارهای چندگانه نیم‌رساناها و همچنین توصیف خواص پیوندهای چندگانه و نقاط کوانتومی به کار می‌روند [۵-۸].

بررسی تأثیرات نسبیتی در سیستم‌های شامل اتم‌های سنگین یا یون‌های ناخالص سنگین بسیار مهم و ضروری به نظر می‌رسد [۹]. برای این نوع مواد مطالعه ویژگی‌های معادله دیراک در شرایط محیطی که جرم به صورت تابعی از مکان است، اهمیت بسیار می‌یابد [۱۰].

مدل‌های غیرهرمیتی کاربردهای زیادی در مطالعه سیستم‌های فیزیکی مانند فیزیک هسته‌ای، نظریه میدان‌های کوانتومی و ... دارد. پاسخ‌های معادلات نسبیتی و غیر نسبیتی با هامیلتونی‌های غیرهرمیتی که دارای طیف انرژی حقیقی یا موهومی هستند، با روش‌های متفاوت مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند. از این‌رو حل معادله دیراک با جرم مؤثر برای یک پتانسیل موهومی غیرهرمیتی و طیف انرژی حقیقی می‌تواند یک مسئله قابل توجه و جالب باشد [۱۱-۱۶، ۸].

هامیلتونی دیراک را می‌توان در حضور برهمکنش‌های متفاوتی از جمله در حضور میدان‌های الکترومغناطیسی مورد مطالعه قرار داد. در این برهمکنش‌ها، پتانسیل‌های اسکالر و برداری داخل میدان‌های الکترومغناطیسی نهفته‌اند. از آنجا که معادله دیراک یک معادله با فرم ماتریسی است، می‌توان آن را به صورت دو معادله دیفرانسیل جفت شده مرتبه اول برای مؤلفه‌های اسپینوری بالا و پایین نوشت و در شرایط خاص برای بعضی از برهمکنش‌ها با حذف یکی از مؤلفه‌ها، یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم برای مؤلفه اسپینوری دیگر به دست آورد. یکی از روش‌های حل این معادله، مقایسه آن با مسائل حل شده در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی است [۱۶-۱۸]. اسپینورهای دیراک از جهات مختلف مهم و جالب توجه هستند. مهمتر از همه این که در نظریه میدان کوانتومی همه فرمیون‌های ذرات بنیادی شناخته شده در طبیعت، شامل الکترون و کوارک، را توصیف می‌کنند و در پاسخ موج تخت برای معادله دیراک ظاهر می‌شوند، که ترکیبی خاص از دو اسپینور ویل است. از نظر جبری، آنها به یک معنای خاص، مانند «ریشه مربعی» یک بردار رفتار می‌کنند. این نکته از بررسی مستقیم به آسانی مشخص نمی‌شود، اما به مرور آشکار شده است که نمایش‌های اسپینوری در علم هندسه دارای کاربرد هستند. به عنوان مثال، همه فضای ریمانی به طور مؤثر می‌تواند از طریق

جبر کلیفورد دارای اسپینور و اتصالات چرخشی باشد [۱۹]. اسپینور دیراک مخصوص فضا-زمان مینکوفسکی و تبدیلات لورنتز است. نمایش خاصی از ماتریس‌های گاما است و برای نمایش پاسخ-های انرژی مثبت و منفی معادله دیراک مناسب‌ترین است. پاسخ‌های انرژی منفی معادله دیراک در نگاه اول مشکل ساز به نظر می‌رسند. در نظریه کوانتومی، یک ذره می‌تواند بین حالت‌ها گذار انجام دهد. از این رو همه حالت‌های دیراک برای گذار به یک تراز پایین‌تر، ناپایدار به نظر می‌رسند. جواب دیراک به این اشکال، این بود که فرض کرد تقریباً تمام حالت‌های با انرژی منفی پر هستند، به طوری که اصل طرد پائولی اجازه گذار به آنها را نمی‌دهد. حالت‌های کوانتومی بس‌ذره‌ای که در آن تمام حالت‌های با انرژی منفی اشغال شده‌اند، دریای دیراک نامیده می‌شود. ذره‌ای که در یک حالت با انرژی منفی می‌افتد با مقدار زیادی تابش انرژی به عنوان نابودی همزمان یک زوج ذره-پاد ذره دیده می‌شود. برعکس، برانگیخته شدن یک ذره از حالت با انرژی منفی به حالتی با انرژی مثبت به عنوان تولید زوج دیده خواهد شد. برانگیختگی یک پوزیترون، پاد ذره الکترون، به صورت آزمایشگاهی در ۱۹۳۲ به اثبات رسید، و تولید زوج بلافاصله بعد از آن مشاهده شد [۲۱]، [۲۰].

در سیستم‌های کوانتومی یک‌بعدی ویژه‌مقادیر را با استفاده از روش‌های جبری و ویژه‌توابع حالت‌های مقید را با استفاده از عملگرهای ایجاد شده از جبر لی و تأثیر آن بر حالت پایه می‌توان تعیین کرد. همچنین هرگاه عملگرها بتوانند ویژه‌توابع وابسته به ویژه‌مقادیر یکسان سیستم‌ها را با پارامترهای پتانسیلی متفاوت ایجاد کنند، جبر به کار رفته جبر پتانسیلی خواهد بود و روش جبری نتایجی را برای خانواده پتانسیلی ارائه می‌دهد، از این رو، این روش را تقارن دینامیکی می‌نامند. در این روش به طور معمول نقطه شروع کار، معرفی جبر مولد طیف (SGA) برای مسئله مورد نظر است. هرگاه هامیلتونی H بتواند بر حسیمولدهای جبر بیان شود، SGA وجود خواهد داشت. در این صورت نظریه گروه می‌تواند برای تعیین حدهای حل‌پذیر دقیق مورد استفاده قرار گیرد. در واقع زمانی حل معادله شرودینگر می‌تواند یک مسئله جبری باشد که آن مسئله با استفاده از ابزار نظریه گروه قابل بررسی باشد. علاوه بر ایجاد یک روش کلی برای مسئله مورد نظر، SGA می‌تواند به عنوان حالت‌های خاص، حدهای حل‌پذیر دقیق را نیز ایجاد کنند. تقارن دینامیکی تاکنون روی حالت‌های مقید و پیوسته متمرکز شده است. با نگاشت مسائل مکانیک کوانتومی به یک ساختار جبری، نظریه گروه می‌تواند انرژی‌های برانگیخته و حالت‌های ویژه سیستم مورد نظر را ایجاد کند. مسائل بحث شده برحسب مفهوم جبر پتانسیلی را با استفاده از روش مکانیک کوانتومی آبر تقارنی نیز می‌توان مورد بررسی قرار داد [۲۲-۲۴].

روند ادامه مقاله در بخش‌های بعدی به این شرح است: شکل ماتریسی معادله نسبیتی دیراک با جرم مؤثر وابسته به مکان در یک میدان مغناطیسی خارجی را به صورت دو معادله دیفرانسیل جفت شده مرتبه اول برای مؤلفه‌های اسپینوری بالا و پایین می‌نویسیم. معادله‌های مورد نظر با حذف مؤلفه اسپینور پایین به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم برای مؤلفه اسپینور بالا تبدیل می‌شود [۲۵-۲۶]. این معادله شرو دینگر گونه‌ای با جرم مؤثر وابسته به مکان است که با استفاده از تبدیلات کانونیک و معرفی دو عملگر دیفرانسیلی مرتبه اول هرمیتی و پادهرمیتی $i\eta_1 = \eta_2$ به یک فرمول‌بندی کلی برای هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی منجر می‌شود. همچنین از مقایسه معادله حاصل از هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی با معادله غیر نسبیتی شرو دینگر، یک فرمول‌بندی کلی برای پتانسیل مؤثر نتیجه می‌شود. این رهیافت در پتانسیل‌های موهومی مدل پاشل-تلا و اسکارف ۲ با طیف انرژی حقیقی در معادله دیراک با چارچوب جرم مؤثر وابسته به مکان و تقارن PT به کار گرفته شده است [۲۷-۲۹]. همچنین پدیده عبور از ترازهای انرژی یا به اصطلاح پرواز ترازها مشاهده می‌شود، در واقع به یک تعبیر می‌توان گفت که ترازهای انرژی پرواز می‌کنند و از طیف ناپدید می‌شوند [۳۰-۳۲]. نمودارهای مربوط به پتانسیل‌های مورد نظر نیز رسم شده است (شکل ۱ و ۲).

۲. فرمول‌بندی کلی هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی

معادله نسبیتی دیراک برای ذره‌ای که در یک میدان الکترومغناطیسی خارجی A_μ در حرکت است، در واحد اتمی $\hbar = c = 1$ به صورت زیر نوشته می‌شود [۳۳]:

$$[i \gamma^\mu (\partial_\mu + ieA_\mu) - M(x)]\psi = 0 \quad (1)$$

$M(x)$ جرم مؤثر وابسته به مکان ذره و γ_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) ماتریس‌های گاما با تعریف زیر است:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

در ماتریس‌های بالا، I ماتریس واحد 2×2 و σ^i ماتریس‌های پائولی هستند. در نبود پتانسیل برداری و با در نظر گرفتن رابطه $v(x) = eA_0(x)$ ، معادله یک بعدی دیراک در حالت $\psi(x, t) = e^{-iEt}\psi(x)$ که در آن کمیت ε انرژی نسبیتی است و تحول زمانی حالت‌های $\psi(x)$ را توصیف می‌کند، در طرح جفت-برداری شکل زیر را خواهد داشت:

$$\left[i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (\varepsilon - v(x)) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - M \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ \theta(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (۳)$$

تابع موج $\psi(x)$ به صورت یک ماتریس ستونی چهارمؤلفه‌ای است که برای آسان‌تر شدن محاسبات می‌توان آن را به صورت دو اسپینورِ دومؤلفه‌ای نوشت. $\varphi(x)$ و $\theta(x)$ مؤلفه‌های بالا و پایین تابع موج اسپینور $\psi(x)$ هستند. معادله (۳) به جفت معادله دیفرانسیل زیر تجزیه می‌شود:

$$-i \frac{d\theta(x)}{dx} + (\varepsilon - v(x))\theta(x) - M(x)\varphi(x) = 0 \quad (۴)$$

$$i \frac{d\varphi(x)}{dx} + (\varepsilon - v(x))\varphi(x) - M(x)\theta(x) = 0 \quad (۵)$$

از ترکیب دو معادله (۴) و (۵) و حذف مؤلفه اسپینور پایین $\theta(x)$ ، معادله شروdingر گونه‌ای برای مؤلفه اسپینور بالای $\varphi(x)$ تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} -\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \left[2\varepsilon v(x) - v^2(x) - i \frac{dv(x)}{dx} - i \frac{1}{M(x)} \frac{dM(x)}{dx} (\varepsilon - v(x)) \right] \varphi(x) \\ + \frac{1}{M(x)} \frac{dM(x)}{dx} \frac{d\varphi(x)}{dx} = (\varepsilon^2 - M^2(x))\varphi(x) \end{aligned} \quad (۶)$$

با تبدیلات کانونیک می‌توان موقعیت‌های جدید مکان و تکانه را برحسب موقعیت‌های اولیه آنها نمایش داد، با این شرط که شکل هامیلتونی معادله دیفرانسیل حفظ شود. به بیان دیگر، به دلیل ناوردا بودن سیستم کلاسیکی یا کوانتومی نسبت به انتخاب نوع دستگاه مختصات، می‌توان از متغیرهای جدید کلاسیکی یا کوانتومی استفاده کرد، مشروط بر آن که ساختار بنیادی حاکم بر سیستم عوض نگردد. بدین ترتیب، با استفاده از تغییر کانونیک نقاط به شکل $\varphi(x) = \psi(q(x))$ رابطه (۶) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} -\left[\frac{d^2\psi(q)}{dq^2} (q'(x))^2 + \frac{d\psi(q)}{dq} q''(x) \right] \\ + \frac{1}{M(x)} \frac{dM(x)}{dx} \left[\frac{d\psi(q)}{dq} q'(x) \right] \\ + [A(x) + M^2(x) - \varepsilon^2] \psi(q(x)) = 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

حال برای یافتن فرمول‌بندی کلی هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی، دو عملگر مرتبه اول هرمیتی و پادهرمیتی با جرم مؤثر به صورت زیر معرفی می‌کنیم [۳۴-۳۷]:

$$\eta_1 = -i \left[\mu(x) \frac{d}{dx} \right] + F(x) \quad (۸)$$

$$\eta_2 = \left[\mu(x) \frac{d}{dx} \right] + iF(x) \quad (۹)$$

در روابط بالا $\mu(x) = \frac{1}{M(x)}$ و $m(x) = m_0 M(x)$ است. همچنین جرم مؤثر وابسته به مکان و $x \in (-\infty, +\infty)$ است. در رابطه (۷) نیز $A(x) = 2\varepsilon v(x) - v^2(x) - i \frac{dv(x)}{dx} - i \frac{1}{M(x)} \frac{dM(x)}{dx} (\varepsilon - v(x))$ است که به صورت زیر نامگذاری می‌کنیم:

$$iW(x) = \mu(x) \frac{d}{dx} [i(\mu(x)(\varepsilon - v(x)))] \quad (۱۰)$$

$$V(x) = -\mu^2(x)(\varepsilon - v(x))^2 \quad (۱۱)$$

با استفاده از شرط شبه‌هرمیتی $\eta_j H = H^\dagger \eta_j$; $j = 1, 2$ ، پس از تجزیه و ساده‌سازی قسمت موهومی $\partial_x \psi(x)$ ، بخش موهومی پتانسیل را به شکل زیر نمایش می‌دهیم:

$$2iW(x)\mu(x) = -2i\mu^2(x)F_j'(x) \rightarrow W(x) = -\mu(x)F_j'(x) \quad (۱۲)$$

با جداسازی قسمت حقیقی و موهومی $\psi(x)$ داریم:

$$-i\mu^2(x)F_j''(x) - i\mu(x)\mu'(x)F_j'(x) = i\mu(x)W'(x) \quad (۱۳)$$

$$-2\mu^2(x)\mu'(x)(\varepsilon - v(x))^2 + 2\mu^3(x)(\varepsilon - v(x))v'(x) - W(x)F_j(x) = W(x)F_j(x) \quad (۱۴)$$

به کمک رابطه (۱۴) بخش حقیقی پتانسیل برحسب عملگر $F(x)$ به صورت $V(x) = -F^2(x) + \alpha_0$ نوشته می‌شود که در آن $\alpha_0 \in R$ ثابت انتگرال‌گیری است و در مقایسه با رابطه (۱۱)، پتانسیل معادله دیراک برحسب ویژه‌تابع $F(x)$ چنین می‌شود:

$$-\mu^2(x)(\varepsilon - v(x))^2 = -F^2(x) \rightarrow v(x) = \frac{(\varepsilon \pm F(x))}{\mu(x)} \rightarrow \quad (۱۵)$$

$$V_j(x) = -F_j^2(q(x)) - i\mu(x)F_j'(q(x)) + \alpha_0$$

آنگاه، برای هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی خواهیم داشت:

$$H = -\mu^2(x)\partial_x^2 - \mu(x)\mu'(x)\partial_x + V_j(x) \quad (۱۶)$$

در واقع $V_j(x)$ از تغییرات ایجاد شده بر روی پتانسیل برداری $A(x)$ حاصل می شود. اکنون با جایگذاری پتانسیل $V_j(x)$ در رابطه (۷) و با توجه به تغییر کانونیک نقاط، معادله زیر به دست می آید:

$$-\mu^2(x) \left[\frac{d^2\psi(q(x))}{dq^2} (q'(x))^2 + \frac{d\psi(q(x))}{dq} q''(x) \right] - \mu(x)\mu'(x) \left[\frac{d\psi(q(x))}{dq} q'(x) \right] + (-F_j^2(q(x)) - i\mu(x)F_j'(q(x)) + \alpha_0 - E)\psi(q(x)) = 0 \quad (17)$$

از مقایسه معادله (۱۷) با معادله غیرنسبیتی شرودینگر و جایگذاری $q' = \frac{1}{\mu(x)}$ در این معادله داریم:

$$-\frac{d^2\psi(q(x))}{dq^2} + [-F_j^2(q(x)) - i\mu(x)F_j'(q(x)) + \alpha_0 - E]\psi(q(x)) = 0 \quad (18)$$

در معادله بالا می توان $F_j'(q(x))$ را براساس q نوشت:

$$\frac{dF_j(q(x))}{dx} = \frac{dq(x)}{dx} \frac{dF_j(q)}{dq} = \frac{1}{\mu(x)} \frac{dF_j(q)}{dq} \quad (19)$$

با جایگذاری رابطه (۱۹) در معادله (۱۸)، نتیجه زیر به دست می آید:

$$-\frac{d^2\psi(q)}{dq^2} + [-F_j^2(q) - iF_j'(q) + \alpha_0 - E]\psi(q) = 0 \quad (20)$$

از مقایسه دو معادله غیرنسبیتی شرودینگر $-\frac{d^2\psi(q)}{dq^2} + [V_{eff} - E]\psi(q) = 0$ و معادله (۲۰) به یک فرمول بندی کلی برای V_{eff} به صورت زیر خواهیم رسید:

$$V_{eff} = -F_j^2(q) - iF_j'(q) + \alpha_0 \quad (21)$$

اکنون برای نشان دادن کاربردهای فرمول بندی ذکر شده، پتانسیل های موهومی مدل پاشل-تلر و اسکارف ۲ را در معادله دیراک با چارچوب جرم مؤثر وابسته به مکان و تقارن PT ، و با طیف انرژی حقیقی، بررسی می کنیم. در ازای برخی پارامترها شاهد پدیده گذار (عبور- یا به اصطلاح پرواز) از ترازهای انرژی خواهیم بود. در واقع، در تعبیری این بدان معناست که ترازهای انرژی پرواز می کنند و از طیف انرژی ناپدید می شوند.

مثال ۱: پتانسیل موهومی پاشل-تلر

در نخستین مثال، پتانسیل پاشل-تلر را با انرژی $E_{n,\varepsilon}$ به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۲۷]:

$$V(q(x)) = V_1 \operatorname{csch}^2(q) - V_2 \operatorname{csch}(q) \operatorname{coth}(q) \quad (22)$$

$$E_{n,\varepsilon} = - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\sqrt{V_1 + \frac{1}{4} + |V_2| + \varepsilon} \sqrt{V_1 + \frac{1}{4} - |V_2|} \right) - n - \frac{1}{2} \right]^2, \quad \varepsilon = \pm 1 \quad (23)$$

با در نظر گرفتن عملگر $F(q)$ از رابطه زیر:

$$F(q) = V_2 \operatorname{csch}(q) \rightarrow F'(q) = V_2 \operatorname{csch}(q) \operatorname{coth}(q) \quad (24)$$

و با فرض $V_1 = V_2^2$ ، از طریق جایگذاری رابطه (۲۴) در (۲۱) و همچنین با توجه به شکل پتانسیل از رابطه (۲۲)، می‌توان رابطه زیر را برای پتانسیل مؤثر به دست آورد:

$$V_{eff}(q) = -V_2^2 \operatorname{csch}^2(q) - iV_2 \operatorname{csch}(q) \operatorname{coth}(q) \quad (25)$$

همچنین مطابق فرض $V_1 = V_2^2$ و رابطه (۲۳) برای انرژی داریم:

$$E_{n,\varepsilon=+1} = \left(|V_2| - n - \frac{1}{2} \right)^2; \quad n = 0, 1, 2, \dots, n_{max} \quad (26)$$

$$< \left(|V_2| - \frac{1}{2} \right)$$

که به ازای $\varepsilon = \pm 1$ داریم: $\left(|V_2| - \frac{1}{2} \right) < n_{max}$ و برای $|V_2| > \frac{1}{2}$ و $\varepsilon = -1$ ترازهای خالی از ویژه‌مقادیر انرژی را خواهیم داشت که در چنین شرایطی شاهد پدیده گذار از ترازهای انرژی هستیم [۳۰-۳۲].

با در نظر گرفتن رابطه زیر:

$$q(x) = \pm \ln f(x); \quad f(x) \in R \quad (27)$$

عملگر $f(x)$ بر حسب تابع جرم مؤثر وابسته به مکان به صورت زیر خواهد شد:

$$M(x) = [\pm \partial_x \ln f(x)] \rightarrow f(x) = \exp\left(\pm \int M(z) dz\right) \quad (28)$$

با توجه به روابط (۲۷) و (۲۸) می توان پتانسیل مؤثر را برحسب عملگر $f(x)$ بازنویسی کرد:

$$csch(q) = \frac{1}{\sinh(\ln f(x))} = \frac{2 f(x)}{e^{\ln f(x)} - e^{-\ln f(x)}} \quad (29)$$

$$coth(q) = \frac{\cosh(\ln f(x))}{\sinh(\ln f(x))} \quad (30)$$

در نتیجه V_{eff} پتانسیل پاشل-تِلر چنین نوشته می شود:

$$V_{eff}(x) = -4V_2^2 \frac{f^2(x)}{(f^2(x) - 1)^2} - 2iV_2 \frac{f(x)(f^2(x) + 1)}{(f^2(x) - 1)^2} \quad (31)$$

پس از یافتن فرمول بندی کلی هامیلتونی η -شبه هرmitesی، می توان گفت $f(x)$ یک مؤلد η -شبه هرmitesی با جرم مؤثر وابسته به مکان است، البته تا زمانی که $f(x)$ چنان انتخاب شود که تابع جرم مؤثر وابسته به مکان قابل قبول را تولید کند. در یک انتخاب، تابع $f(x)$ را به دلخواه به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$f(x) = x^2 - 1 \quad (32)$$

آنگاه، تابع جرم براساس روابط (۲۷) و (۲۸) چنین به دست می آید:

$$q(x) = \ln(x^2 - 1) \xrightarrow{M(x)=q'(x)} M(x) = [\pm \partial_x \ln(x^2 - 1)]$$

$$\rightarrow M(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

در نتیجه:

$$V_{eff} = -4V_2^2 \frac{(x^2 - 1)^2}{x^4(x^2 - 2)^2} - 2iV_2 \frac{(x^2 - 1)((x^2 - 1)^2 + 1)}{x^4(x^2 - 2)^2} \quad (33)$$

مثال ۲: پتانسیل موهومی اسکارف ۲ (هایپر بولیک)

در مثال دیگر برای یک η -شبه هرmitesی با تقارن PT مدل اسکارف ۲ را در نظر می گیریم. این مدل با استفاده از جبر لی موهومی در منبع [۲۷] مورد مطالعه قرار گرفته است:

$$V(q(x)) = -V_1 \operatorname{sech}^2(q) - iV_2 \operatorname{sech}(q) \tanh(q) ; \quad V_1 > 0, V_2 \neq 0, \quad V_1, V_2 \in \mathbb{R} \quad (34)$$

$$E_{n,\varepsilon} = - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\sqrt{V_1 + \frac{1}{4} + |V_2|} + \varepsilon \sqrt{V_1 + \frac{1}{4} - |V_2|} \right) - n - \frac{1}{2} \right]^2, \quad \varepsilon = \pm 1 \quad (35)$$

که در آن،

$$n = 0, 1, 2, \dots < \frac{1}{2} \left(\sqrt{V_1 + \frac{1}{4} + |V_2|} + \varepsilon \sqrt{V_1 + \frac{1}{4} - |V_2|} - 1 \right)$$

با انتخاب عملگر $F(q)$ به صورت زیر:

$$F(q) = -V_2 \operatorname{csch}(q) \rightarrow F'(q) = V_2 \operatorname{sech}(q) \tanh(q) \quad (36)$$

از طریق جایگذاری رابطه (۳۶) در رابطه (۲۱) و همچنین با توجه به پتانسیل (۳۴) می‌توان رابطه زیر را برای پتانسیل مؤثر به دست آورد:

$$V_{eff}(q) = -V_2^2 \operatorname{sech}^2(q) - iV_2 \operatorname{sech}(q) \tanh(q) \quad (37)$$

با تغییر $V_1 = V_2^2$ داریم:

$$E_{n,\varepsilon} = - \left[\left(\frac{1}{2} \right) \left(\sqrt{V_2^2 + \frac{1}{4} + |V_2|} + \varepsilon \sqrt{V_2^2 + \frac{1}{4} - |V_2|} \right) - n - \frac{1}{2} \right]^2, \quad \varepsilon = \pm 1 \quad (38)$$

بنابراین برای $\varepsilon = +1$ داریم $|V_2| > \frac{1}{2}$ ، در نتیجه انرژی را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$E_{n,\varepsilon=+1} = \left(|V_2| - n - \frac{1}{2} \right)^2 ; \quad n = 0, 1, 2, \dots, n_{max} < \left(|V_2| - \frac{1}{2} \right) \quad (39)$$

برای طیف انرژی اسکالر ۲ با تقارن PT چنین پدیده‌ای زمانی رخ می‌دهد که تراز انرژی E_{n_1} در $|V_2| = V_{2,1}$ و تراز انرژی E_{n_2} در $|V_2| = V_{2,2}$ دارای ویژه‌مقادیر انرژی یکسان باشند.

$$E_{n_1}(|V_2| = V_{2,1}) = E_{n_2}(|V_2| = V_{2,2}) \quad ; \quad n_2 > n_1 \quad (40)$$

با توجه به روابط زیر:

$$\operatorname{sech}(q) = \frac{1}{\cosh(\ln f(x))} = \frac{2 f(x)}{e^{\ln f(x)} + e^{-\ln f(x)}} \quad (41)$$

$$\tanh(q) = \frac{\sinh(\ln f(x))}{\cosh(\ln f(x))} \quad (42)$$

آنگاه برای V_{eff} داریم:

$$V_{eff}(x) = -4V_2^2 \frac{f^2(x)}{(f^2(x) + 1)^2} - 2iV_2 \frac{f(x)(f^2(x) - 1)}{(f^2(x) + 1)^2} \quad (43)$$

مشابه حالت قبل، پس از به دست آوردن فرمول بندی کلی هامیلتونی η -شبه هرمیتی می توان گفت $f(x)$ به عنوان یک مولد η -شبه هرمیتی با جرم مؤثر وابسته به مکان برای پتانسیل اسکارف ۲ است؛ البته دوباره تا آن زمان که $f(x)$ چنان انتخاب شود که بتواند تابع جرم مؤثر وابسته به مکان قابل قبولی تولید کند.

در این مثال، تابع $f(x)$ را به دلخواه چنین در نظر می گیریم:

$$f(x) = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \quad (44)$$

این انتخاب، به تابع جرم زیر منجر می شود:

$$q(x) = \ln\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}}\right) \xrightarrow{M(x)=q'(x)} M(x) = \left[\pm \partial_x \ln\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}}\right) \right]$$

$$\rightarrow M(x) = \cos^{-1} x \quad ; \quad x > 1$$

همچنین برای پتانسیل مؤثر خواهیم داشت:

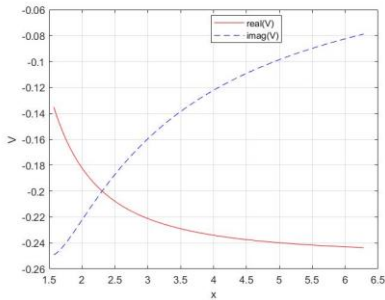
$$V_{eff}(x) = -4V_2^2 \frac{\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \right)^2}{\left(\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \right)^2 + 1 \right)^2} - 2iV_2 \frac{\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \right) \left(\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \right)^2 - 1 \right)}{\left(\left(e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}} \right)^2 + 1 \right)^2} \quad (45)$$

معادلات شرودینگر دقیقاً حل‌پذیر در مکانیک کوانتومی یک موقعیت قطبی را اشغال می‌کنند تا آنجا که بیشتر آنها به سیستم‌های فیزیکی مربوط می‌شوند. نمونه جالب آن، پتانسیل پاشل-تلا است که به عنوان یک میدان میانگین مؤثر در سیستم‌های چندجسمی با برهمکنش‌ها ظاهر می‌شود [۲۲]. پتانسیل اسکارف هذلولوی و حل‌های دقیق آن به طور خاص جنبه‌های ریاضی جالبی دارند که کاربردهای مختلفی در فیزیک پیدا می‌کنند، از الکترودینامیک و فیزیک حالت جامد گرفته تا نظریه ذرات. در حالت جامد، نسبت به آنچه که از پتانسیل مثلثاتی اسکارف ساخته شده از اسکارف ۲ فیزیک در ساخت پتانسیل‌های دوره‌ای واقع‌بینانه‌تری در بلورها استفاده می‌شود. در الکترودینامیک، اسکارف ۲ در یک دسته از مسائل با پتانسیل‌های غیرمرکزی ظاهر می‌شود. در فیزیک ذرات، اسکارف ۲ در مطالعات مربوط به بخش غیر اختلالی نظریه‌های سنج‌ای به وسیله مدل‌های اسباب بازی^۱ مانند نظریه میدان اسکالر در ابعاد (۱ + ۱) فضا-زمان کاربرد دارد [۳۸]. همچنین پتانسیل پاشل-تلا به طور گسترده‌ای در فیزیک مولکولی برای ساخت حالت‌های همدوس به کار گرفته می‌شود [۳۹]. نمونه دیگری از کاربردهای پتانسیل پاشل-تلا را می‌توان در بررسی مسئله الکترون و حفره از طریق این پتانسیل بیان کرد. پارامترهای فیزیکی کنترل‌کننده نقاط کوانتومی نه تنها از نظر علوم بنیادی بلکه به دلیل کاربرد بالقوه آن در توسعه دستگاه‌های الکترونیکی نیمه‌رسانا جذاب هستند [۴۰].

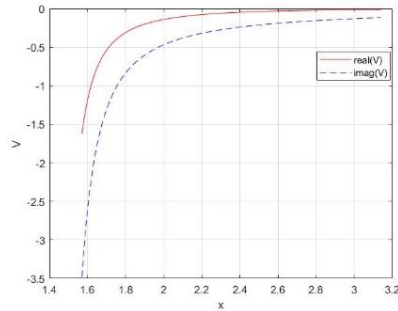
^۱ در مدل‌سازی فیزیک، یک مدل اسباب‌بازی (Toy Model) مدلی ساده است که بیشتر جزئیات در آن حذف شده تا بتوان از آن برای توضیح یک مکانیزم پیچیده به اختصار و راحتی استفاده کرد. از این روش در مدل‌سازی ریاضی و اقتصاد کلان و فیزیک استفاده می‌شود.

با اندکی اصلاح در پارامترسازی، پتانسیل شعاعی اسکارف ۲ قابل مقایسه با پتانسیل تعمیم یافته وودز-ساکسون^۱ خواهد بود. در واقع پتانسیل شعاعی اسکارف ۲ را می توان از پتانسیل یک بعدی اسکارف ۲ به همان شیوه ای تولید کرد که پتانسیل تعمیم یافته وودز-ساکسون از پتانسیل یک بعدی روزن-مورس^۲ تولید می شود. براساس این شباهت، پتانسیل شعاعی اسکارف ۲ می تواند در فیزیک هسته ای به کار برده شود [۴۱].

با حل تحلیلی معادله دیراک برای پتانسیل پاشل-تلا و پتانسیل غیر مرکزی مدل مثلثاتی اسکارف ۲، می توان بعضی از ویژگی های ترمودینامیکی سیستم را با کاهش معادله نسبتی انرژی به معادله غیر نسبتی انرژی تعیین کرد [۴۲].



شکل ۲ رسم پتانسیل مؤثر رابطه ۴۵ برای $V_2 = 0.5$



شکل ۱ رسم پتانسیل مؤثر رابطه ۳۳ برای $V_2 = 0.5$

۳. نتیجه گیری

معادله نسبتی دیراک با جرم مؤثر وابسته به مکان با حذف اسپینور پایین $\theta(x)$ و ترکیب جفت معادله وابسته به مؤلفه های اسپینور پایین و بالا ($\theta(x)$ و $\varphi(x)$) به معادله شرودینگر گونه ای برای مولفه اسپینور بالا تبدیل شده است. معادله به دست آمده با استفاده از تبدیلات کانونیک و معرفی دو عملگر دیفرانسیلی مرتبه اول به یک هامیلتونی η -شبه هرمیتی تبدیل شده است. از مقایسه معادله حاصل از هامیلتونی η -شبه هرمیتی با معادله غیر نسبتی شرودینگر یک فرمول بندی کلی برای پتانسیل مؤثر نتیجه می شود. این رهبافت در پتانسیل های موهومی مدل پاشل-تلا و اسکارف ۲ با تقارن PT به کار گرفته شد، به طوری که ترازهای خالی از ویژه مقادیر انرژی و به اصطلاح گذار از

¹ Woods-Saxon

² Rosen-Morse II

ترازهای انرژی را می‌توان در آنها مشاهده کرد. این مورد زمانی اتفاق می‌افتد که $n \gg |V_2|$ باشد، در تعبیری این بدان معناست که ترازهای انرژی پرواز می‌کنند و از طیف انرژی ناپدید می‌شوند. از جمله مطالعاتی که اخیراً در این زمینه صورت گرفته، می‌توان به عبور از ترازهای انرژی در مدل یک‌بعدی هوبارد و سیستم‌های فرمیونی در دره (اینستانتون - آنتی اینستانتون) و روش جبری ارائه شده برای یافتن چنین گذارهایی اشاره کرد [۳۰-۳۲]. در هر دو مدل مورد نظر با انتخاب $f(x)$ مناسب، حالت‌های مختلفی از هامیلتونی η -شبه‌هرمیتی را می‌توان بررسی کرد. ذرات کوانتومی با جرم مؤثر وابسته به مکان برای مطالعه چگالی انرژی در مسائل چند جسمی، تعیین خواص الکترونیکی ساختارهای چندگانه نیم‌رساناها و همچنین توصیف خواص پیوندهای چندگانه و نقاط کوانتومی به کار می‌روند. مدل‌های غیرهرمیتی نیز کاربردهای زیادی در مطالعه سیستم‌های فیزیکی مانند فیزیک هسته‌ای، نظریه میدان‌های کوانتومی و ... دارند.

۴. تقدیر و تشکر

این تحقیق توسط دانشگاه شاهد تهران پشتیبانی شده است.

منابع

- [1] Bender, C. M., Boettcher, S., and Meisinger, P. N. PT-Symmetric Quantum Mechanics, *J. Math. Phys.* 40, 2201, (1999).
- [2] Mustafa, O. Dirac and Klein-Gordon Particles in Complex Coulombic Fields: A Similarity Transformation, *J. Phys. A: Math. Gen.* 36, 5067, (2003).
- [3] Sinha, A., Roy, P. Generation of Exactly Solvable Non-Hermitian Potentials with Real Energies, *Czech. J. Phys.* 54, 129-138, (2004).
- [4] Mustafa, O., and Mazharimousavi, S. H. Non-Hermitian d-dimensional Hamiltonians with position-dependent mass and their η -pseudo-Hermiticity generators, *Czech. J. Phys.* 56, 967-975, (2006).
- [5] Quesne, C. First-order intertwining operators and position-dependent mass Schrödinger equations in d dimensions, *Ann. Phys.* 321, 1221-1239, (2006).
- [6] Tanak, T. N-fold supersymmetry in quantum systems with position-dependent mass, *J. Phys. A: Math. Gen.* 39, 219, (2006).
- [7] Mustafa, O., and Mazharimousavi, S. H. Quantum particles trapped in a position-dependent mass barrier; a d-dimensional recipe, *Phys. Lett. A* 358, 259-261, (2006).
- [8] Bender, C. M., Jones, H. F., and Rivers, R. J. Dual PT-symmetric quantum field theories, *Phys. Lett. B* 625, 333-340, (2005).
- [9] Alhaidari, A. D. Relativistic extension of the complex scaling method, *Phys. Rev. A* 75, 042707, (2007).
- [10] Panella, O., Biondini, S., and Arda, A. New exact solution of the one-dimensional Dirac Equation for the Woods-Saxon potential within the effective mass case, *J. Phys. A* 43, 325302, (2010).
- [11] Baye, D., Levai, G., and Sparenberg, J. M. Phase-equivalent complex potentials, *Nucl. Phys. A* 599, 435-456, (1996).

- [12] Ruschhaupt, A., Delgado, F., and Muga, J. G. Physical realization of PT -symmetric potential scattering in a planar slab waveguide, *J. Phys. A: Math. Gen.* 38, L171, (2005).
- [13] Cannata, F., Junker, G., and Trost, J. Schrödinger operators with complex potential but real spectrum, *Phys. Lett. A.* 246, 219-226, (1998).
- [14] Khare, A., and Mandal, B. P. A PT -invariant potential with complex QES eigenvalues, *Phys. Lett. A.* 272, 53-56, (2000).
- [15] Ahmed, Z., Pseudo-Hermiticity of Hamiltonians under imaginary shift of the coordinate: real spectrum of complex potentials, *Phys. Lett. A.* 290, 19-22, (2001).
- [16] Jia, C. S., and de Souza Dutra, A. Position-dependent effective mass Dirac equations with PT -symmetric and non- PT -symmetric potentials, *J. Phys. A: Math. Gen.* 39, 11877, (2006).
- [17] Ahmed, Z. Energy band structure due to a complex, periodic, PT -invariant potential, *Phys. Lett. A.* 286, 231-235, (2001).
- [18] Panahi, H., and Bakhshi, Z. Solvable potentials with position-dependent effective mass and constant mass Schrödinger equation, *Acta. Physica. Polonica. B.* 41, 11, (2010).
- [19] Jost, J. Riemannian geometry and Geometric Analysis, *Springer*, (2002).
- [20] Bjorken, J. D., and Drell. S. D. Relativistic Quantum Mechanics, *McGraw-Hill*, (1964).
- [21] Itzykson, C., and Zuber, J. B. Quantum Field Theory, *McGraw-Hill*, (1980).
- [22] Li, H., and Kusnezov, D. Group Theory Approach to Band Structure: Scarf and Lamé Hamiltonians, *Phys. Rev. Lett.* 83, 1283, (1999).
- [23] Alhassid, Y., Gursev, F., and Iachello, F. Group theory approach to scattering. II. The euclidean connection, *Ann. Phys. NY.* 167, 181, (1986).
- [24] Sukumar, C. V. Potentials generated by $SU(1, 1)$, *J. Phys. A: Math. Gen.* 19, 2229, (1986).
- [25] Zarrinkamar, S., Rajabi, A. A., and Hassanabadi. H. Supersymmetric study of the pseudospin symmetry limit of the Dirac equation for a pseudo harmonic potential, *Physica Scripta.* 83, 015009, (2011).
- [26] Haouat, S., and Chetouani, L. The (1+1) dimensional Dirac equation with pseudo scalar potentials: path integral treatment, *International Journal of Theoretical Physics.* 46, 1528-1541, (2007).
- [27] Bagchi, B., and Quesne, C. Pseudo-Hermiticity, weak pseudo-Hermiticity and η -orthogonality condition, *Phys. Lett. A.* 301, 173-176, (2002).
- [28] Wei, G. F., and Gong, S. H. A novel algebraic approach to spin symmetry for Dirac equation with scalar and vector second Pöschl-Teller potentials, *The European Physical Journal A.* 43, 185-190, (2010).
- [29] Ikot, A. N., Maghsoodi, E., Zarrinkamar, S., Ibang, E., and Hassanabadi. H. Solutions of Dirac equation in the presence of modified Tietz and modified Pöschl-Teller potentials plus a Coulomb-Like Tensor interaction using SUSYQM, *Few-Body systems* 54, 2053-2065, (2013).
- [30] Kretschmer, R., and Szymanowski, L. The Hilbert-Space Structure of Non-Hermitian Theories with Real Spectra, *Czech. J. Phys.* 54, 71-75, (2004).
- [31] Mustafa, O., and Znojil, M. PT -symmetric pseudo-perturbation recipe: an imaginary cubic oscillator with spikes, *J. Phys. A: Math. Gen.* 35, 8929, (2002).
- [32] Samsonov, B. F., and Shamshudinova, V. V. Quadratic pseudo supersymmetry in two-level systems, *J. Phys. A: Math. Gen.* 38, 4715, (2005).
- [33] Alhaidari, A. D. Relativistic extension of shape-invariant potentials, *J. Phys. A: Math. Gen.* 35, 6207, (2002).
- [34] Mustafa, O., and Mazharimousavi, S. H. First-Order Intertwining Operators with Position Dependent Mass and η -Weak-Pseudo-Hermiticity Generators, *International Journal of Theoretical Physics* 47, 446-454, (2008).

- [35] Mostafazadeh, A., Pseudo-Hermiticity versus PT symmetry: The necessary condition for the reality of the spectrum of a non-Hermitian Hamiltonian, *J. Math. Phys.* 43, 205, (2002).
- [36] Mostafazadeh, A. Pseudo-supersymmetric quantum mechanics and isospectral pseudo-Hermitian Hamiltonians, *Nucl. Phys. B.* 640, 419-434, (2002).
- [37] Mostafazadeh, A. Pseudo-Hermitian description of PT -symmetric systems defined on a complex contour, *J. Phys. A: Math. Gen.* 38, 3213, (2005).
- [38] Alvarez-Castillo, D. E., and Kirchbach, M. Exact spectrum and wave functions of the hyperbolic Scarf potential in terms of finite Romanovski polynomials, *Revista mexicana de fisica E* 53, 143-154, (2007).
- [39] Antoine, J-P., Gazeau, J-P., Monceau, P., Klauder, J. R., and Penson. K. A. Temporally stable coherent states for infinite well and Pöschl-Teller potentials, *Journal of Mathematical Physics*, 42, 2349, (2001).
- [40] Hayrapetyan, D. B., Kazaryan, E. M., and Tevosyan, H. KH. Optical properties of spherical quantum dot with modified Pöschl-Teller potential, *super lattices and Microstructures*, 64, 204-212, (2013).
- [41] Levai, G., Baran, A., Salamon, P., and Vertse, T. Analytical solutions for the radial Scarf II potential, *Physics Letters A.* 381, 1936L, (2017).
- [42] Pratiwi, B. N., Suparmi, A., Cari, C., and Husein, A. S Asymptotic iteration method for the modified Pöschl-Teller potential and trigonometric Scarf II non-central potential in the Dirac equation spin symmetry, *Pramana-J. Phys.* 88, 1-9, (2017).

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۳۲ - ۴۶

مقاله پژوهشی

اثر جریان پلاسما بر امواج طولی ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی با رهیافت اختلالی^۱

کرم بهاری^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۲۶

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۴/۲۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۰

چکیده

در این مقاله، امواج مغناطو (مانیتو) هیدرودینامیکی آرام را در لوله‌های شار مغناطیسی تحت شرایط وابسته به تاج خورشید بررسی می‌کنیم. دما و چگالی پلاسماى زمینه لوله را همگن و ثابت و چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میرایی فرض می‌کنیم. همچنین جریان پلاسما را نیز در لوله در نظر می‌گیریم و با فرض بر این که آهنگ میرایی بسیار کوچک‌تر از بسامد نوسان امواج است، روش اختلال را برای حل معادلات حرکت به کار می‌گیریم. بسامد نوسان و ویژه‌توابع نوسان از تقریب مرتبه اول اختلال و آهنگ میرایی از تقریب مرتبه دوم اختلال به دست می‌آید. افزایش تندی جریان در لوله باعث کاهش بسامد نوسان و افزایش آهنگ میرایی می‌شود. همچنین افزایش هر یک از موارد تندی جریان و دمای زمینه لوله، سبب کاهش نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج می‌شود، اما افزایش طول لوله این نسبت را زیاد می‌کند. نتایج به دست آمده از این مطالعه با نتایج نظری که از پیش در این زمینه در اختیار

¹ DOI: 10.22051/ijap.2021.36119.1212

² استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. Email: karam.bahari@gmail.com

است، همخوانی دارد. همچنین نتایج به دست آمده در این پژوهش می تواند شماری از یافته های مشاهداتی را توجیه کند.

واژگان کلیدی: تاج خورشید، میدان های مغناطیسی، نوسان ها.

۱. مقدمه

از زمان بهره برداری از ماهواره های تریس^۳ و سوهو^۴ شواهد مشاهداتی زیادی مبنی بر وجود امواج مغناطو (مانیتو) هیدرودینامیکی^۵ آرام در جو خورشید به دست آمده است. تغییرات دوره ای چگالی در منابع [۱] و [۲] به امواج رونده آرام تعبیر شده است. این تغییرات دوره ای چگالی ابتدا با استفاده از مطالعه داده های دریافت شده توسط ماهواره سوهو آشکارسازی شد [۳، ۴، ۵]. امواج آرام ممکن است به هر دو صورت ایستاده (ایستا) و رونده (دوان) در جو خورشید وجود داشته باشند. امواج رونده در لگه های خورشید و ناحیه پای لوله های تاج^۶ مشاهده شده اند، در حالی که امواج ایستاده در لوله های داغ تاج خورشید آشکارسازی شده اند. مطالعات بسیاری در باره انتشار و میرایی امواج مغناطو هیدرودینامیکی آرام صورت گرفته است [۶، ۷، ۸، ۹]. رفتار امواج آرام رونده و ایستاده در لوله های ایستای یک بعدی با دمای یکنواخت و در حضور رسانش گرمایی و چسبندگی تراکمی بررسی شده است [۸]. همچنین در این مقاله نشان داده شده است که رسانش گرمایی عامل اصلی میرایی امواج آرام در حلقه های تاج خورشید است. یکی از مسائل مهم در مطالعه امواج مغناطو هیدرودینامیکی، بررسی طبیعت این امواج است. این امواج، بسته به این که نیروی بازگرداننده غالب در آنها چه نیرویی است، دسته بندی می شوند [۱۰]. اگر نیروی بازگرداننده غالب نیروی تنش مغناطیسی باشد، موج را موج آلفنی و چنانچه نیروی بازگرداننده غالب نیروی گرادیان فشار مغناطیسی و حرارتی باشد، آن را موج مغناطو هیدرودینامیکی سریع می نامند. در یک پلاسمای همگن و نامحدود، نسبت نیروهای بازگرداننده بستگی به جهت گیری بردار موج نسبت به میدان مغناطیسی زمینه دارد. مثلاً در انتشار موازی با میدان مغناطیسی زمینه، نیروی تنش مغناطیسی، نیروی غالب است، در حالی که در انتشار عمود بر میدان مغناطیسی، نیروی گرادیان فشار، نیروی غالب است. مطالعه طبیعت امواج مغناطو هیدرودینامیکی در لوله های تاج خورشید با بررسی نیروهای بازگرداننده انجام شده است [۱۱، ۱۲، ۱۳]. امواج

³ TRACE

⁴ SOHO

⁵ magnetohydrodynamic

⁶ corona

مغناطوهیدرودینامیکی در لوله‌های شار مغناطیسی با توجه به نحوه جابجایی لوله از حالت تعادل نیز دسته بندی می‌شوند. اگر اختلال (موج) ایجاد شده در لوله دارای عدد موج سمتی $m = 1$ باشد، محور لوله را جابجا می‌کند و موج کینکی^۷ نامیده می‌شود. در صورتی که عدد موج سمتی $m = 0$ باشد، نوسان‌ها متقارن خواهد بود و محور لوله جابه‌جا نمی‌شود که به این موج، موج سوسیسی گفته می‌شود. امواج با عدد موج سمتی بزرگ‌تر از $m = 1$ امواج شیاری نامیده می‌شوند.

در این مقاله فرض می‌کنیم که میدان مغناطیسی زمینه، یک لوله صلب فراهم می‌کند که هیچ گونه اختلالی در شکل لوله و میدان مغناطیسی زمینه به وجود نمی‌آید و پلازما در این لوله حرکت رفت و برگشتی انجام می‌دهد. به این موج، موج مغناطوهیدرودینامیکی آرام یا موج طولی گفته می‌شود. در دو دهه گذشته، میرایی امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام از جهات نظری و مشاهداتی مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. در منابع [۱۴] و [۱۵] مشاهده امواج رونده مغناطوهیدرودینامیکی آرام در لوله‌های تاج خورشید گزارش شده است که در آنها زمان میرایی امواج را از مرتبه دوره تناوب موج اندازه گرفته‌اند. نویسندگان مقاله [۱۶] میرایی امواج رونده آرام را در لوله‌های تاج خورشید گزارش کرده‌اند. آنها دوره تناوب این امواج را از چند دقیقه تا چند ده دقیقه به دست آوردند و مشاهده کردند که به سرعت میرا می‌شوند و آهنگ میرایی آنها به بسامد نوسان بستگی دارد. اغلب مطالعات تحلیلی و عددی نشان می‌دهد که میرایی امواج رونده و ایستاده آرام را می‌توان با مدل‌سازی یک بعدی خطی یا غیرخطی لوله‌ها توضیح داد. برای مثال در منابع [۷] و [۱۷] نشان داده شده است که در تقریب غیرخطی، رسانش گرمایی می‌تواند باعث میرایی شدید امواج مغناطوهیدرودینامیکی ایستاده شود. همچنین نشان داده شده است که در تقریب خطی، اثر هریک از موارد رسانش گرمایی یا چسبندگی تراکمی به تنهایی برای توجیه میرایی مشاهده شده کافی نیست [۱۸].

بستگی سرعت فاز و زمان میرایی امواج آرام به بسامد نوسان با مطالعه داده‌های دریافتی از ماهواره سوهور مشاهده شده است [۱۹]. در این مطالعه سرعت فاز، طول میرایی و زمان میرایی به ترتیب در بازه‌های $38-79 \text{ kms}^{-1}$ ، $23-68 \text{ Mm}$ و $7-21 \text{ min}$ به دست آمده است. همچنین نشان داده شده است که با افزایش دوره تناوب، زمان میرایی نیز به آرامی زیاد می‌شود. در منبع [۲۰]، امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام در لوله‌های تاج خورشید در ناحیه‌های فعال دارای لگه

⁷ kink

خورشیدی و بدون لکه خورشیدی مطالعه شده است. مقادیر مربوط به کمیت‌های فیزیکی امواج، همانند طول و زمان میرایی با نتایج نظری همخوانی دارد، هرچند برای لوله‌های شار مغناطیسی باز در ناحیه‌های فعال بدون لکه خورشیدی، بستگی بعضی کمیت‌های فیزیکی به دوره تناوب با نتایج نظری حاصل از مغناطوهیدرودینامیک خطی همخوانی ندارد. همچنین نوسان‌های عرضی در لوله‌های تاج خورشید مشاهده شده است که در آن بستگی نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به دامنه نوسان موج گزارش شده است [۲۱]. دوره تناوب و زمان میرایی این امواج به ترتیب در بازه‌های ۱۵/۸۰ - ۱۲/۲۵ و ۲۱/۴۶ - ۱۱/۷۶ به دست آمده و مشاهده شده است که با افزایش دامنه امواج، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به آرامی کاهش می‌یابد. اثر میدان مغناطیسی غیریکنواخت و لایه‌بندی چگالی و فشار بر نوسان‌های امواج آرام بررسی شده است [۲۲]. نشان داده شده است که ارتفاع مقیاس فشار و تغییرات دما در طول لوله، عوامل تعیین کننده (مرتبه اول) برای نوسان‌های مدهای آرام هستند، در حالی که اثر ناهمگنی میدان مغناطیسی را می‌توان یک عامل مرتبه دوم در نظر گرفت. نویسندگان مقاله [۲۳] امواج مغناطوهیدرودینامیکی آرام را در حضور لایه‌بندی چگالی و در لوله‌های با دمای غیر یکنواخت مطالعه کردند و نشان دادند که چسبندگی تراکمی، یکی از عوامل موثر در میرایی این امواج است و می‌تواند نسبت زمان میرایی به دوره تناوب را که از مشاهده به دست آمده است، توجیه کند. به تازگی، میرایی امواج آرام در لوله‌های تاج خورشید توسط نویسندگان دیگری نیز مطالعه شده است [۲۴] و [۲۵]. برای مرور امواج مغناطوهیدرودینامیک آرام به [۲۶] مراجعه شود.

در منابع [۲۷] و [۲۸] اثر کاهش دمای لوله (سرمایش لوله) بر نوسان‌های آرام بررسی شده و رسانش گرمایی به‌عنوان عامل اصلی میرایی در نظر گرفته شده است. در این مطالعات نشان داده شده است که سرمایش لوله باعث تقویت موج و افزایش دامنه و رسانش گرمایی باعث میرایی آن می‌شود. در لوله‌های سرد، اثر سرمایش لوله به اثر رسانش گرمایی غلبه می‌کند و با گذشت زمان موج تقویت می‌شود؛ اما در لوله‌های داغ، اثر رسانش گرمایی بیشتر است و دامنه موج با گذشت زمان کاهش می‌یابد. نویسندگان مقاله [۲۹] امواج آرام را در لوله‌های سرد شونده مطالعه کردند و علاوه بر رسانش گرمایی، چسبندگی تراکمی را نیز به‌عنوان عامل میرایی در نظر گرفتند. آنها نشان دادند که در حضور هم‌زمان رسانش گرمایی و چسبندگی تراکمی، امواج آرام سریعتر میرا می‌شوند و حتی در لوله‌های داغ، تأثیر چسبندگی تراکمی بر میرایی امواج، قابل مقایسه با اثر رسانش گرمایی است.

در این مقاله برای اولین بار اثر جریان پلازما را بر بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج مغناطوئیدرودینامیکی آرام ایستاده در لوله‌های شار مغناطیسی بررسی می‌کنیم. در این‌جا همانند مطالعات گذشته چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میرایی در نظر می‌گیریم و برای سادگی از لایه‌بندی چگالی و سرماییش لوله صرف نظر می‌کنیم. در بخش بعد، مدل لوله و معادلات حاکم بر نوسان‌های لوله را معرفی می‌کنیم. سپس با استفاده از روش اختلال به حل معادلات حرکت می‌پردازیم و با استفاده از شرایط مرزی، بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج را به دست می‌آوریم. در بخش ۳ به بحث درباره نتایج به دست آمده می‌پردازیم و بخش ۴ را به نتیجه‌گیری اختصاص می‌دهیم.

۲. مبانی نظری

در این بخش ابتدا به معرفی مدل در نظر گرفته شده برای لوله و معادلات حرکت می‌پردازیم و سپس معادلات حرکت را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم.

۱-۲ مدل لوله

یک لوله شار مغناطیسی را به صورت یک لوله استوانه‌ای با سطح مقطع دایره‌ای و ثابت (بدون انبساط لوله) در نظر می‌گیریم و دستگاه مختصات استوانه‌ای را برای مطالعه نوسان‌های آن انتخاب می‌کنیم؛ به گونه‌ای که محور z منطبق بر محور لوله باشد. طول لوله برابر L است و دو انتهای آن در $z = 0$ و $z = L$ قرار می‌گیرد. برای سادگی، از اثر لایه‌بندی چگالی صرف نظر می‌کنیم. بنابراین چگالی لوله مستقل از z است. این مطلب در مورد لوله‌هایی صادق است که طول آنها کم و یا دمای آنها زیاد است. همچنین دمای لوله را در تمام لوله یکسان و ثابت فرض می‌کنیم و با T نشان می‌دهیم و مطابق شرایط تاج خورشید، محیط لوله را یک محیط با بتای^۸ صفر در نظر می‌گیریم، به این معنا که نسبت فشار حرارتی تعادلی در لوله، P_0 ، بسیار کوچک‌تر از فشار مغناطیسی تعادلی، $B^2/2\mu_0$ ، است. در این رابطه B میدان مغناطیسی یکنواخت و μ_0 تراوایی مغناطیسی خلاء است. فرض بتای صفر این امکان را به ما می‌دهد که در بررسی امواج مغناطوئیدرودینامیکی آرام، فشار اختلالی ایجاد شده بر اثر تراکم گاز را در برابر فشار مغناطیسی تعادلی، ناچیز در نظر بگیریم به گونه‌ای که بتوانیم از اختلالات میدان مغناطیسی صرف نظر کنیم و لوله را به صورت یک لوله صلب فرض کنیم. بنابراین نوسان‌های لوله به نوسان‌های یک‌بعدی در طول لوله تبدیل می‌شود که پلازما فقط در راستای خطوط میدان نوسان می‌کند. به همین دلیل

⁸ beta

همانند [۲۸] و [۲۹] می توان این امواج را امواج طولی نامید. همچنین فرض می کنیم که جریان یکنواخت و ثابت U نیز در لوله وجود داشته باشد. می خواهیم اثر جریان زمینه را بر بسامد نوسان های طولی و میرایی آنها و همچنین بر نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج بررسی کنیم. همانند [۲۸] چسبندگی تراکمی را به عنوان عامل میراکننده امواج در نظر می گیریم. معادلات حرکت برای امواج طولی به صورت زیر است:

$$\frac{D\rho_1}{Dt} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\rho_0 Dv}{Dt} = -\frac{\partial P_1}{\partial z} + \frac{4}{3}v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\frac{DP_1}{Dt} - c_s^2 \frac{D\rho_1}{Dt} = 0 \quad (3)$$

در این معادلات $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z}$ مشتق کامل را نشان می دهد و ρ_1 ، ρ_0 ، v و P_1 به ترتیب، نشان دهنده چگالی زمینه، مقادیر اختلالی چگالی پلاسما، سرعت و فشار گاز است. همچنین $v = v_0 \times T^{5/2}$ چسبندگی تراکمی است که در آن v_0 از مرتبه 10^{-17} و $c_s = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$ سرعت صوت در محیط است.

۲-۲ پاسخ معادلات حرکت

در این بخش، به حل معادلات حرکت امواج طولی (۱) تا (۳) می پردازیم و با استفاده از شرایط مرزی در دو انتهای لوله، بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج را به دست می آوریم. نخست با حذف P_1 و ρ_1 از این معادلات برای سرعت اختلالی به معادله زیر می رسم:

$$\frac{D^2 v}{Dt^2} - \frac{4}{3} \frac{v}{\rho_0} \frac{D}{Dt} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - c_s^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

با توجه به این که کمیت های تعادلی لوله به زمان بستگی ندارند و ما به دنبال یافتن مدهای نوسانی لوله هستیم که با گذشت زمان میرا می شوند، می توانیم وابستگی زمانی تمام کمیت های اختلالی را به صورت $Exp[-i\omega t]$ در نظر بگیریم که در آن $\omega = \omega^{(1)} + i\omega^{(2)}$ یک کمیت مختلط است. در این جا کمیت مثبت $\omega^{(1)}$ بسامد نوسان را نشان می دهد و $\omega^{(2)}$ یک کمیت منفی و قدر مطلق آن، بیانگر آهنگ میرایی امواج است. همچنین سرعت اختلالی را به صورت مجموع مرتبه های اول و دوم اختلال به صورت $v = v^{(1)} + v^{(2)}$ می نویسیم. انتخاب نمادگذاری مزبور به

این دلیل است که با فرض میرایی ضعیف یعنی $|\omega^{(2)}| \gg |\omega^{(1)}|$ ، بتوان معادلات حرکت را به روش اختلال حل کرد. در این صورت بسامد نوسان از مرتبه اول اختلال و آهنگ میرایی از مرتبه دوم اختلال به دست می‌آید. روشی که در این جا به کار می‌بریم همانند روشی است که در منبع [۳۰] برای مطالعه اثر جریان بر میرایی امواج کینک استفاده شده است. اما از آنجا که معادلات حرکت در این مقاله با معادلات حرکت در [۳۰] متفاوت‌اند، از این رو مراحل یافتن پاسخ‌ها را به طور کامل توضیح می‌دهیم. برای استفاده از روش اختلال، نخست V را برابر صفر فرض می‌کنیم و در سرعت اختلالی و بسامد نوسان فقط جمله‌های مرتبه اول را نگه می‌داریم. با این فرض معادله (۴) در تقریب اول اختلال به صورت زیر درمی‌آید:

$$(c_s^2 - U^2) \frac{d^2 v^{(1)}}{dz^2} + 2i \omega^{(1)} U \frac{dv^{(1)}}{dz} + \omega^{(1)2} v^{(1)} = 0 \quad (5)$$

این معادله دو پاسخ مستقل دارد که ترکیب خطی آنها چنین است:

$$v^{(1)}(z) = e^{-ihz} (v_+^{(1)} e^{iqz} + v_-^{(1)} e^{-iqz}) \quad (6)$$

که در آن h و q به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$q = \frac{\omega^{(1)} c_s}{c_s^2 - U^2}, \quad h = \frac{\omega^{(1)} U}{c_s^2 - U^2} \quad (7)$$

با توجه به این که دو انتهای لوله در محیط چگال شید سپهر^۹ قرار دارد، دامنه نوسان در دو انتهای لوله باید صفر باشد. بنابراین شرایط مرزی در دو انتهای لوله یعنی در $z = 0$ و $z = L$ باید به صورت زیر باشد:

$$v^{(1)}(z) \Big|_{z=0} = v^{(1)}(z) \Big|_{z=L} = 0 \quad (8)$$

با اعمال شرط مرزی در $z = 0$ بر روی پاسخ داده شده در معادله (۶) به دست می‌آوریم:

$$v_+^{(1)} = -v_-^{(1)} \quad (9)$$

و با استفاده از این نتیجه و شرط مرزی در $z = L$ داریم:

$$q = \frac{n\pi}{L} \quad (10)$$

که در آن n یک عدد صحیح و نشان‌دهنده مد نوسانی است. از معادلات (۷) و (۱۰) می‌توان بسامد نوسان را به دست آورد:

⁹ Photosphere

$$\omega_n^{(1)} = \frac{n\pi}{Lc_s} (c_s^2 - U^2) \quad (11)$$

در نبود جریان پلاسما، بسامد نوسان برای مد پایه به صورت $\omega^{(1)} = \frac{\pi c_s}{L}$ در می‌آید و این همان چیزی است که انتظار داریم؛ زیرا دوره تناوب مد پایه را می‌توان برابر با زمان رفت و برگشت موج بین پایه‌های لوله (که برابر $P = \frac{2L}{c_s}$ است) در نظر گرفت و این با بسامد به دست آمده در این جا برای مد پایه در نبود جریان همخوانی دارد. همان طور که معادله (۱۱) نشان می‌دهد، وجود جریان پلاسما باعث می‌شود که بسامد نوسان کاهش پیدا کند. در این حالت نیز می‌توان دوره تناوب مد پایه را برابر زمان رفت و برگشت موج بین دو انتهای لوله در نظر گرفت. در حالتی که جهت جریان پلاسما و جهت انتشار موج یکی باشد، سرعت انتشار موج برابر $c_s + U$ و در حالتی که جهت جریان پلاسما و جهت انتشار موج خلاف هم باشند، سرعت انتشار موج برابر $c_s - U$ است. در این صورت، زمان رفت و برگشت موج بین دو انتهای لوله برابر است با:

$$P = \frac{2Lc_s}{c_s^2 - U^2} \quad (12)$$

که با رابطه (۱۱) همخوانی دارد.

در تقریب مرتبه دوم در معادله (۴)، v را نگه می‌داریم. همچنین مرتبه دوم سرعت اختلالی و بسامد نوسان را وارد می‌کنیم. آنگاه با توجه به اختلال مرتبه دوم برای این معادله، داریم:

$$(c_s^2 - U^2) \frac{d^2 v^{(2)}}{dz^2} + 2i \omega^{(1)} U \frac{dv^{(2)}}{dz} + \omega^{(1)2} v^{(2)} = -\frac{4i v \omega^{(1)} U}{3\rho_0} \frac{d^3 v^{(1)}}{dz^3} - 2\omega^{(1)} \omega^{(2)} v^{(1)} - 2i \omega^{(2)} U \frac{dv^{(1)}}{dz} \quad (13)$$

اگر سمت راست این معادله صفر باشد، یک پاسخ بدیهی آن $v^{(2)} = v^{(1)}$ خواهد بود. در این مقاله برای یافتن ویژه حالت‌های نوسان لوله به معادله (۶) که ویژه حالت‌ها را تا مرتبه اول اختلال می‌دهد، اکتفا می‌کنیم و از معادله (۱۳) تنها برای یافتن بسامد نوسان تا مرحله دوم اختلال استفاده می‌کنیم. بدین منظور معادله (۱۳) را در $v^{(1)*}$ ، که در آن * همیوگ مختلط را نشان می‌دهد، ضرب می‌کنیم و در بازه $z = 0$ تا $z = L$ انتگرال جزء به جزء می‌گیریم. به کمک معادله (۵) و همچنین شرایط مرزی معادله (۸) می‌توان نشان داد که انتگرال سمت چپ صفر می‌شود. با توجه

به این که تنها مجهول سمت راست معادله $\omega^{(2)}$ است، با انتگرال‌گیری شبیه آنچه بیان شد، نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\omega^{(2)} = -\frac{8\nu}{12\rho_0} \frac{\omega^{(1)}(h^2 + q^2) + U(h^3 + 3hq^2)}{\omega^{(1)} + hU} \quad (14)$$

اگر h و q را از معادله (۷) و $\omega^{(1)}$ را از معادله (۱۱) در معادله (۱۴) جاگذاری کنیم، به نتیجه ساده زیر می‌رسیم:

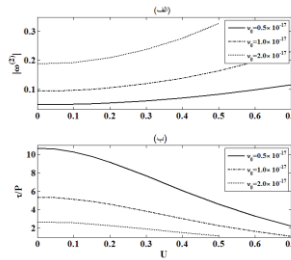
$$\omega^{(2)} = -\frac{8\nu}{12\rho_0} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \left(1 + 3\frac{U^2}{c_s^2}\right) \quad (15)$$

۳. نتایج عددی و بحث

در این بخش، با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۵) به بررسی بسامد نوسان و آهنگ میرایی امواج آرام و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی آن می‌پردازیم. نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱ و ۲ برای مد پایه و در شکل ۳ برای اولین مد برانگیخته رسم شده‌اند. در این نمودارها c_s ، $L_0 = 100Mm$ و $\frac{c_s}{L_0}$ را به ترتیب به عنوان واحد سرعت، واحد طول و واحد بسامد در نظر

گرفته‌ایم. در شکل ۱، آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی، $\tau = \frac{1}{|\omega^{(2)}|}$ ، به دوره تناوب برای مقادیر مختلف چسبندگی تراکمی به عنوان تابعی از جریان زمینه رسم شده است. برای پارامترهای دیگر لوله در این شکل داریم $L = L_0$ و $T = 6MK$. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب چسبندگی تراکمی، آهنگ میرایی موج، افزایش و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب موج کاهش می‌یابد. بین این نتایج با آنچه در منابع [۲۸] و [۲۹] به دست آمده، سازگاری خوبی برقرار است. شکل ۱-الف همچنین نشان می‌دهد که با افزایش تندی جریان پلازما، آهنگ میرایی زیاد می‌شود، به گونه‌ای که با افزایش تندی جریان از صفر تا ۰.۷ آهنگ میرایی به بیش از دو برابر مقدار اولیه می‌رسد. اما آن‌طور که از شکل ۱-ب بر می‌آید، با افزایش تندی جریان پلازما، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب با شدت بیشتری کاهش می‌یابد، به گونه‌ای که با افزایش تندی جریان از صفر تا ۰.۷ این نسبت به کمتر از یک پنجم مقدار اولیه می‌رسد. این کاهش شدید به این دلیل است که با افزایش تندی پلازما، علاوه بر افزایش آهنگ میرایی که به کاهش زمان میرایی منجر می‌شود، بسامد نوسان نیز کاهش می‌یابد که خود افزایش دوره تناوب را

نتیجه می‌دهد. به‌عنوان نمونه، برای $v_0 = 1 \times 10^{-17}$ و $U = 0$ داریم $\frac{\tau}{P} = 11.7$ یعنی موج آرام پس از ۱۱.۷ نوسان میرا می‌شود، در حالی که برای $v_0 = 1 \times 10^{-17}$ و $U = 0.7$ داریم $\frac{\tau}{P} = 2.2$ ، یعنی برای این جریان موج آرام پس از ۲.۲ نوسان میرا می‌شود. این نتایج نشان می‌دهند که میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی در حضور جریان پلاسما می‌تواند نتایج حاصل از مشاهدات رصدی گزارش شده در [۱۴] و [۱۵] را توجیه کند. اما مقدار به‌دست آمده در این جا برای نسبت زمان میرایی به دوره تناوب، بزرگ‌تر از مقادیر به‌دست آمده در [۱۹] و [۲۰] است، به نظر می‌رسد با در نظر گرفتن مقادیر بزرگ‌تر v_0 بتوان این مقادیر مشاهداتی را توجیه کرد؛ اما قابل ذکر است که برای مقادیر بزرگ‌تر v_0 با افزایش جریان، نسبت زمان میرایی به دوره تناوب آن‌قدر کاهش می‌یابد که دیگر شرط $|\omega^{(2)}| \gg \omega^{(1)}$ برقرار نیست و در این حالت روش معرفی شده در این مقاله را باید با احتیاط به کار برد. در چنین حالتی که شرایط به‌کارگیری روش اختلال برقرار نیست، با حل معادلات حرکت به صورت عددی می‌توان آهنگ میرایی بزرگ‌تری به‌دست آورد؛ به گونه‌ای که بتوان مشاهدات انجام شده توسط [۱۹] و [۲۰] را توجیه کرد. بررسی این مسأله را به آینده موکول می‌کنیم.

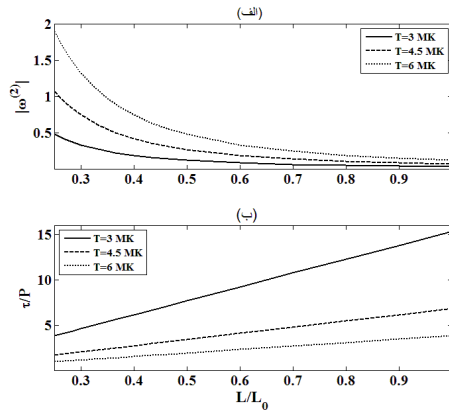


شکل ۱ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب مد پایه امواج آرام برای مقادیر مختلف چسبندگی تراکمی به صورت تابعی از تندی جریان زمینه. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از:

$$T = 6MK \quad \text{و} \quad L = L_0 = 100Mm$$

آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به عنوان تابعی از طول لوله در شکل ۲ رسم شده است. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از $U = 0.3$ و $v_0 = 1 \times 10^{-17}$ همان طور که از معادله (۱۵) انتظار داریم، آهنگ میرایی متناسب

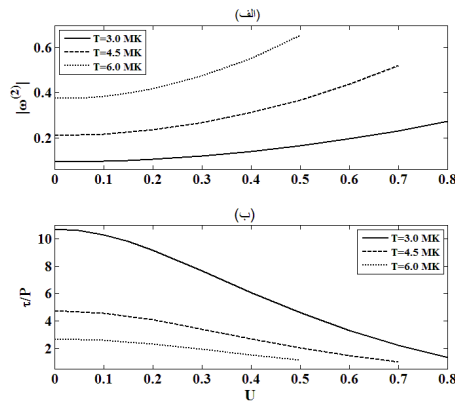
با $\frac{1}{L^2}$ است و ضریب تناسب از طریق سرعت صوت به دما بستگی دارد. این مسأله با نتایج نشان داده شده در شکل همخوانی دارد. همچنین از معادله (۱۱) مشخص است که دوره تناوب متناسب با طول لوله است. بنابراین نسبت زمان میرایی به دوره تناوب باید به صورت خطی با طول لوله ارتباط داشته باشد و این با نتایج نشان داده شده در شکل سازگار است. مهم‌ترین نتیجه‌ای که از شکل ۲ می‌توان گرفت، این است که میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی در لوله با دمای بالا و طول کم، بیشترین اهمیت را دارد. نتایج نشان داده شده در این شکل با نتایج شکل (۵) مقاله [۲۳] همخوانی دارد. همچنین این نتیجه که امواج با دوره تناوب بیشتر، زمان میرایی بزرگ‌تری دارند، در توافق با مشاهدات گزارش شده در [۱۹] است، هرچند که در این جا امواج ایستاده (ایستا) مطالعه شده است. در حالی که در مرجع [۱۹] امواج رونده (دوان) گزارش شده است. در آن مقاله نیز اشاره شده که زمان میرایی امواج مشاهده شده با افزایش دوره تناوب افزایش می‌یابد.



شکل ۲ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب مد پایه امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به صورت تابعی از طول لوله. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از $U = 0.3$ و $v_0 = 1 \times 10^{-17}$.

آهنگ میرایی و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب اولین مد برانگیخته امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به عنوان تابعی از تندی جریان در شکل ۳ رسم شده است. در این شکل پارامترهای دیگر لوله عبارت است از $v_0 = 1 \times 10^{-17}$ و $L = L_0$. نتایج این نمودار نشان می‌دهد که همانند موج حالت پایه، چسبندگی تراکمی در میرا کردن اولین مد برانگیخته نیز بسیار مؤثر

است؛ به طوری که نسبت زمان میرایی به دوره تناوب ممکن است به کمتر از دو برسد. در مورد بستگی این نسبت به عدد n می توان با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۵) به سادگی نشان داد که این نسبت متناسب با $\frac{1}{n}$ است. این نتیجه را می توان با مقایسه نمودار خط چین در شکل ۱-ب و با نمودار نقطه چین در شکل ۳-ب نیز به دست آورد.



شکل ۳ الف) آهنگ میرایی و ب) نسبت زمان میرایی به دوره تناوب اولین مد برانگیخته امواج آرام برای مقادیر مختلف دمای لوله به صورت تابعی از تندی جریان زمینه. پارامترهای دیگر لوله عبارت است از $v_0 = 1 \times 10^{-17}$

$$L = L_0 \text{ و}$$

۴. نتیجه گیری

در این مقاله، امواج طولی را در لوله های تاج خورشید مطالعه کردیم. یک لوله شار مغناطیسی با چگالی پلاسمای یکنواخت، دمای ثابت و همچنین با جریان پلازما را به عنوان مدلی برای لوله در نظر گرفته ایم. فرض کرده ایم که خطوط شار مغناطیسی همانند یک لوله صلب عمل می کنند و هیچ اختلالی در میدان مغناطیسی زمینه به وجود نمی آید و نوسان های پلازما تنها در راستای خطوط میدان مغناطیسی صورت می گیرد. معادلات مغناطوهیدرودینامیکی خطی حاکم بر نوسان های پلازما را به عنوان معادلات حرکت در نظر گرفته و با استفاده از روش اختلال، پاسخ معادلات حرکت را به دست آورده ایم. بسامد نوسان و ویژه توابع نوسان از تقریب مرتبه اول و آهنگ میرایی از تقریب مرتبه دوم به دست می آیند. نتایج به دست آمده را می توان به صورت زیر خلاصه کرد:

۱) وجود جریان زمینه باعث کاهش بسامد نوسان امواج ایستاده نسبت به حالتی می‌شود که در لوله جریانی وجود نداشته باشد؛

۲) جریان پلازما سبب افزایش آهنگ میرایی ناشی از چسبندگی تراکمی و کاهش نسبت زمان میرایی به دوره تناوب امواج می‌شود، به گونه‌ای که نسبت زمان میرایی به دوره تناوب به دست آمده در این پژوهش می‌تواند مقادیر رصدی گزارش شده را توجیه کند؛

۳) با افزایش طول لوله، آهنگ میرایی، متناسب با توان دوم عکس طول لوله کاهش می‌یابد و نسبت زمان میرایی به دوره تناوب، متناسب با طول لوله افزایش می‌یابد. بنابراین چسبندگی تراکمی در میرایی امواج طولی در لوله‌های کوتاه‌تر و با دمای بیشتر مؤثرتر است. این نتیجه با نتایج مشاهداتی همخوانی دارد و

۴) چسبندگی تراکمی در حضور جریان پلازما مدهای برانگیخته امواج طولی را بیشتر از مد پایه

میرا می‌کند. نسبت زمان میرایی به دوره تناوب متناسب با $\frac{1}{n}$ است.

۵. تقدیر و تشکر

نویسنده مقاله از داوران محترم تشکر و قدردانی می‌کند، چرا که آنها با نظرات سازنده خود باعث ارتقای مقاله شدند.

منابع

- [1] De Moortel, I., Ireland, J. and Walsh, R. W., Observation of oscillations in coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 355, 23-26, (2000).
- [2] Ogradowczyk, R., Murawski, K. and Solanki, S. K., Slow magnetoacoustic standing waves in a curved solar coronal slab. *Astronomy and Astrophysics*, 495, 313-318, (2009).
- [3] Ofman, L., Romoli, M., Poletto, G., Noci, G. and Kohl, J. L., Ultraviolet coronagraph spectrometer observations of density fluctuations in the solar wind. *ApJ*, 491, 111-114, (1997).
- [4] DeForest, C. E., and Gurman, J. B., Observation of quasi-periodic compressive waves in solar polar plumes. *ApJ*, 510, 217-220, (1998).
- [5] Ofman, L., Nakariakov, V. M. and DeForest, C. E., Slow magnetosonic waves in coronal plumes. *ApJ*, 514, 441-447, (1999).
- [6] Nakariakov, V. M., Verwichte, E., Berghmans, D. and Robbrecht, E., Slow magnetoacoustic waves in coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 362, 1151-1157, (2000).
- [7] Ofman, L. and Wang, T., Hot Coronal loop oscillations observed by SUMER: slow magnetosonic wave damping by thermal conduction. *ApJ*, 580, 85-88, (2000).

- [8] De Moortel, I. and Hood, A. W., The damping of slow MHD waves in solar coronal magnetic *Astronomy and Astrophysics*, 408, 755-765, (2003).
- [9] Verwichte, E., Haynes, M., Arber, T. D. and Brady, C. S., Damping of slow MHD coronal loop oscillations by shocks. *ApJ*, 685, 1286-1290, (2008).
- [10] Aschwanden, M. J., *Physics of the Solar Corona*, Springer, Berlin, (2005).
- [11] Goossens, M., Terradas, J., Andries, J., Arregui and I., Ballester, J. L., On the nature of kink MHD waves in magnetic flux tubes. *Astronomy and Astrophysics*, 503, 213-223, (2009).
- [12] Bahari, K. and Khalvandi, M. R., The effect of a twisted magnetic field on the nature of kink MHD waves. *Solar Physics*, 292, 192-202, (2017).
- [13] Bahari, K. and Ebrahimi, Z., The nature of kink MHD waves in the solar corona: magnetic twist and phase mixing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*.497, 1135 -1142, (2020).
- [14] Wang, T. J., Solanki, S. K., Innes, D. E., Curdt, W. and Marsch, E., Slow-mode standing waves observed by SUMER in hot coronal loops. *Astronomy and Astrophysics*, 402, 17-20, (2003).
- [15] Wang, T. J., Solanki, S. K., Innes, D. E. and Curdt, W., Initiation of hot coronal loop oscillations: spectral features. *Astronomy and Astrophysics*, 435, 753-764, (2005).
- [16] Krishna Prasad1, S., Banerjee, D., and Van Doorselaere, T., Frequency-dependent damping in propagating slow magneto-acoustic waves. *ApJ*, 789, 118-127, (2014).
- [17] Mendoza-Briceño, C. A., Erdélyi, R., and Sigalotti, L. D., The effects of stratification on oscillating coronal loops. *ApJ*, 605, 493-502, (2004).
- [18] Sigalotti, L. D., Mendoza-Briceño, C. A. and Luna-Cardozo, M., Dissipation of standing slow magnetoacoustic waves in hot coronal loops. *Solar Physics*, 246, 187-212, (2007).
- [19] Abedini, A., Phase speed and frequency-dependent damping of longitudinal intensity oscillations in coronal loop structures observed with AIA/SDO. *Astrophys Space Sci*, 361, 133-143, (2016).
- [20] Abedini, A., Period dependence of physical quantities of slow magnetoacoustic waves in coronal loop structures of active regions with and without sunspots. *J. Astrophys. Astr.*, 42, 16-33, (2021).
- [21] Abedini, A., Observations of excitation and damping of transversal oscillations in coronal loops by AIA/SDO. *Solar Physics*, 293, 22-36, (2018).
- [22] Abedini, A. and Safari, H., The effect of non-uniform magnetic field on the slow mode oscillations. *New Astronomy*, 16, 317-322, (2011).
- [23] Abedini, A., Safari, H. and Nasiri, S., Slow-mode oscillations and damping of hot solar coronal loops. *Soalr physics*, 280, 137-151, (2012).
- [24] Duckenfield, T. J., Kolotkov, D. Y. and Nakariakov, V. M., The effect of magnetic field on the damping of slow waves in the solar corona. *Astronomy and Astrophysics*, 646, A155-167, (2021).
- [25] Prasad, A., Srivastava, A. K. and Wang, T. J., Role of compressive viscosity and thermal conductivity on the damping of slow waves in the coronal loops with and without heating cooling imbalance. *Solar Physics* 296, 20-54, (2021).
- [26] Wang, T., Ofman, L., Yuan, D., Reale, F., Kolotkov, D. Y., and Srivastava, A. K., Slow-mode magnetoacoustic waves in coronal loops. *Space Sci Rev*, 217, 34-88, (2021).
- [27] Al-Ghafri, K. S. and Erdelyi, R., Effect of variable background on an oscillating hot coronal loop. *Soalr Physics*, 283, 413-428, (2013).
- [28] Al-Ghafri, K. S., Ruderman, M. S., Williamson, A., and Erdelyi, R., longitudinal magnetohydrodynamics oscillations in dissipative, cooling coronal loops. *The Astrophysical Journal*, 786, 36-43, (2014).
- [29] Bahari, K. and Shahhosini, N., The effect of compressive viscosity and thermal conduction on the longitudinal MHD waves. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 478, 342-350, (2018).

- [30] Ruderman, M. S. and Petrukhin, N. S., Effect of siphon flow on resonant damping of kink oscillations in magnetic flux tubes. *Astronomy and Astrophysics*, 631, 31-44, (2019).

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۴۷ - ۵۷

مقاله پژوهشی

پاسخ سالیتمونی معادله غیر خطی شرودینگر در حضور کمینه طول مشاهده پذیر^۱ بهر روز خسروپور^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۸

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۳/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۱

چکیده

وحدت بخشی بین نسبیّت عام و مدل استاندارد ذرات بنیادی فیزیک، وجود یک کمینه طول اندازه پذیر از مرتبه طول پلانک را پیش بینی می کند. امروزه مطالعات پدیده شناختی نظریه میدان با فرض وجود یک کمینه طول مشاهده پذیر در اندازه گیری فواصل مکانی به طور گسترده در حال انجام است. وجود یک کمینه طول اندازه پذیر به اصل عدم قطعیت تعمیم یافته منجر می شود. در این مقاله نخست با در نظر گرفتن اصل عدم قطعیت تعمیم یافته، بسامد زاویه ای موج را در حضور کمینه طول مشاهده پذیر به دست می آوریم. در ادامه با بسط بسامد زاویه ای موج تعمیم یافته در حضور کمینه طول به معادله غیر خطی شرودینگر می رسیم. همچنین پاسخ سالیتمونی معادله شرودینگر تعمیم یافته را در حضور کمینه طول می یابیم. در حد $\beta \rightarrow 0$ ، پاسخ سالیتمونی در فضای تعمیم یافته به پاسخ سالیتمونی معمولی تبدیل می شود. کمینه طول مورد مطالعه در نظریه نزدیک به 10^{-20} m در نظر گرفته می شود.

واژگان کلیدی: کمینه طول مشاهده پذیر، اصل عدم قطعیت تعمیم یافته، معادله غیر خطی شرودینگر، سالیتمون.

¹ -DOI: 10.22051/ijap.2021.35381.1197

² استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه سلمان فارسی کازرون، کازرون، فارس، ایران.

Email: b_khosropour@kazerunfsu.ac.ir

۱. مقدمه

در ابتدای قرن بیستم، فرضیه امکان وجود کوچک‌ترین بازه زمانی ممکن که به آن کرونون^۳ گفته می‌شود توسط فیزیکدانانی نظیر ارنست ماخ و هانری پوانکاره مطرح شد [۱]. پذیرش مفهوم کرونون توسط بعضی از فیزیکدانان باعث شد که ایده وجود یک مقیاس طول بنیادین نیز در اندازه‌گیری فواصل مکانی مطرح گردد و حدس زده می‌شد این مقدار باید برابر با $\frac{h}{MC}$ باشد که در آن h ثابت پلانک، M جرم پروتون و C سرعت نور در خلاء است [۱]. هایزنبرگ معتقد بود که هر نظریه میدانی که بخواهد توصیف سازگاری از برهمکنش بین ذرات بنیادی ارایه کند، علاوه بر دو ثابت بنیادین C و h باید شامل یک ثابت بنیادین دیگر نیز باشد که این ثابت سوم از جنس طول است [۲]. وی پیشنهاد کرد که مقیاس طول بنیادین در اندازه‌گیری فواصل مکانی دارای مرتبه بزرگی $\theta_0 \approx 10^{-13} \text{cm}$ است. حوالی سال ۱۹۳۰ میلادی وجود بی‌نهایت‌های ظاهر شده در الکتروینامیک کوانتمی باعث ایجاد سردرگمی در میان فیزیکدان‌های نظری شده بود. در آن زمان یک سری مکاتبات بین هایزنبرگ و بوهر صورت گرفت؛ هایزنبرگ توضیح داد که چگونه می‌توان ایده وجود یک کمینه طول در اندازه‌گیری فواصل مکانی را در مکانیک کوانتمی وارد کرد [۳ و ۱]. در سالیان اخیر فرمول‌بندی نظریه‌های فیزیکی با فرض وجود یک کمینه طول در اندازه‌گیری فواصل مکانی و مطالعه اثرات ناشی از وجود این کمیت در این نظریه‌ها به زمینه‌ای برای تحقیقات فعال در فیزیک نظری تبدیل شده است. فیزیکدان‌های نظری می‌دانند که مطالعه در بازه‌های مکانی بی‌اندازه کوچک نیاز به مقادیر بسیار بالایی انرژی دارد که در چنین مقیاس‌های بسیار بالایی از انرژی نمی‌توان نقش گرانش را نادیده گرفت. وحدت بخشی بین نسبیت عام و مدل استاندارد ذرات بنیادی فیزیک، وجود یک کمینه طول قابل اندازه‌گیری از مرتبه طول پلانک را پیش‌بینی می‌کند. امروزه می‌دانیم که وجود این کمینه به اصل عدم قطعیت توسعه یافته منجر می‌گردد. این اصل را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta X \Delta P \geq \frac{\hbar}{2} \left[1 + a_1 \left(\frac{\ell_P}{\hbar} \right)^2 (\Delta P)^2 + a_2 \left(\frac{\ell_P}{\hbar} \right)^4 (\Delta P)^4 + \dots \right], \quad (1)$$

که در آن ℓ_P طول پلانک و $a_i, \forall i \in \{1, 2, \dots\}$ ثابت‌های عددی مثبت است [۵ و ۴].

³ chronon

اگر در طرف راست رابطه (۱) تنها دو جمله نخست را نگه داریم، اصل عدم قطعیت تعمیم یافته (GUP) به شکل زیر به دست می آید:

$$\Delta X \Delta P \geq \frac{\hbar}{2} [1 + \beta (\Delta P)^2], \quad (2)$$

بنابر رابطه (۲) مشاهده می کنیم که همیشه ΔX از $\Delta X \sqrt{\beta}_{min}$ بزرگ تر است و این نتیجه همان طور که مطرح شد، سریع ترین نتیجه ای است که از رابطه عدم قطعیت تعمیم یافته به دست می آید.

تاریخچه کشف سالی تون به حدود ۲۰۰ سال پیش برمی گردد. در آن هنگام دانشمندی اسکاتلندی به نام جان اسکات راسل حین مطالعات خود بر روی طراحی کانال های آبی برای عبور قایق ها، مشاهده کرد زمانی که قایق به طور ناگهانی از حرکت باز می ایستد، جرمی از آب که در اطراف قایق انباشته شده به سمت جلو به حرکت در می آید [۶]. این توده آب، شکلی صیقلی و موج مانند داشت و در طول حرکت در میان کانال، شکل و سرعت آن تغییر نمی کرد. این موج منفرد و پایدار سالی تاری نام گرفت. هر چند در ابتدا اغلب دانشمندان آن زمان به وجود امواج سالی تاری اعتقاد نداشتند، اما در سال ۱۸۷۰ میلادی فیزیکدان انگلیسی به نام جان ریلی و ریاضیدان فرانسوی به نام ژوزف بوسینسک^۴ به طور جداگانه و با استفاده از معادلات اساسی دینامیک شاره ها، وجود این نوع امواج را ثابت کردند. معادله ای که امروزه به نام KdV شناخته می شود، معادله ای است که در برگیرنده نتایج حاصل از مطالعات و مشاهدات بوسینسک، ریلی و ریلی راسل می باشد و توسط دیدریک یوهان کورتیه و گک^۵ و گوستاو دو وریز^۶ در سال ۱۸۹۵ میلادی ارائه شد [۷]. از آنجا که امواج سالی تاری پس از برخورد با یکدیگر بدون تغییر در سرعت و شکل از یکدیگر جدا می شوند و رفتاری شبیه به ذرات نور دارند نام «سالی تون» را برای آن ها انتخاب کردند. هر چند کوانتیدن گرانث یکی از چالش بر انگیزترین موضوعات فیزیک نظری است، اما در دهه اخیر یک زمینه پژوهشی نوین با عنوان پدیده شناسی گرانث کوانتمی بوجود آمده است که می کوشد با استفاده از نظریه های میدان مؤثر، به توصیف اثرات گرانث کوانتمی بپردازد. در سال های اخیر، مطالعات گسترده ای در زمینه پدیده شناختی گرانث کوانتمی صورت گرفته است [۸-۱۹]. با توجه به اهمیت

⁴Joseph Boussinesq

⁵Diederik Johannes Korteweg

⁶Gustave de Vries

موضوع و نقش معادلات غیرخطی و سالیتون‌ها در زمینه‌های مختلف فیزیک، امید می‌رود که مطالعه تأثیر کمینه طول مشاهده‌پذیر می‌تواند در حل دشواری‌های موجود در این مباحث کمک شایانی انجام دهد.

نکته قابل ذکر این است که کمینه طول در حد انرژی‌های بسیار بالا قابل مطالعه و مشاهده است. به طور کلی معادله غیرخطی شرودینگر نیز توسط سالیتون‌های اپتیکی توصیف می‌شود اما مطالعه سالیتون‌ها در حد انرژی‌های بالا نیز موضوع مورد توجه فیزیکدانان نظری است. در اپتیک غیرخطی، با بسط بسامد زاویه‌ای یک موج بر حسب عدد موج و دامنه آن می‌توانیم معادله غیرخطی شرودینگر را به دست آوریم. بر این اساس اگر بسامد زاویه‌ای موج را در حضور کمینه طول مشاهده‌پذیر محاسبه کنیم، با بسط بسامد زاویه‌ای تعمیم‌یافته موج به معادله غیرخطی شرودینگر در حضور کمینه طول خواهیم رسید.

در این مقاله با بسط بسامد زاویه‌ای تعمیم‌یافته نخست معادله غیرخطی شرودینگر را در حضور کمینه طول مشاهده‌پذیر به دست می‌آوریم و سپس به بررسی پاسخ‌های سالیتونی تعمیم‌یافته معادله شرودینگر در حضور کمینه طول مشاهده‌پذیر می‌پردازیم. در بخش دوم به معرفی معادله غیرخطی شرودینگر از طریق بسط بسامد زاویه‌ای موج بر حسب عدد موج و دامنه موج می‌پردازیم. همچنین شرح مختصری از پاسخ شناخته شده سالیتونی معادله غیرخطی شرودینگر ارائه می‌دهیم. در بخش سوم معادله غیرخطی تعمیم‌یافته شرودینگر را به دست می‌آوریم و بر پایه پاسخ سالیتونی مربوط به آن، پاسخ سالیتونی این معادله را در حضور کمینه طول مشاهده‌پذیر می‌ایم. بحث و نتیجه‌گیری را در بخش چهارم مقاله مطرح می‌کنیم.

۲. معادله غیرخطی شرودینگر

معادله معمولی شرودینگر که چگونگی تغییر حالت کوانتمی یک سیستم فیزیکی را با زمان توصیف می‌کند، به شکل زیر است:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} - V(x,t)\psi(x,t) = 0. \quad (3)$$

اگر پتانسیل $V(x,t)$ به خود $\psi(x,t)$ وابسته باشد جمله آخر معادله شرودینگر را غیرخطی می‌کند و معادله به صورت معادله غیرخطی شرودینگر زیر تبدیل می‌شود [۲۰]:

$$i \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} + p \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + q |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) = 0, \quad (۴)$$

که در آن $\psi(x,t)$ دامنه موج است، $i = (-1)^{\frac{1}{2}}$ و p و q ضرایبی هستند که برای امواج پلاسما به ترتیب با پاشندگی گروه $(\frac{dV_g}{dk})$ و انتقال بسامد غیر خطی $(\frac{\partial \omega}{\partial |\psi|^2})$ متناسب هستند. معادله غیر خطی شرویدینگر رابطه (۴) دارای پاسخ سالیتمی به صورت زیر است [۲۰]:

$$\psi(x,t) = \left(\frac{2A}{Q} \right)^{\frac{1}{2}} \text{Sech} \left[\left(\frac{A}{P_{ML}} \right)^{\frac{1}{2}} (x - x_0 - (V_g)_{ML} t) \right] \exp \left[i \left(At + \frac{(V_g)_{ML}}{2P_{ML}} x - \frac{(V_g)_{ML}^2}{4P_{ML}} t + \theta_0 \right) \right], \quad (۵)$$

$$A = -\frac{1}{2}, x_0 = 0, \theta_0 = 0$$

که در آن A یک ثابت اختیاری است که دامنه، پهنا و بسامد بسته سالیتم را به هم مرتبط می‌کند. رابطه (۵) یک سالیتم متحرک پوش را بیان می‌کند که با سرعت V حرکت می‌کند. در ادامه برای یافتن معادله غیر خطی شرویدینگر بر اساس بسامد زاویه‌ای، ابتدا بسامد زاویه‌ای موج را به صورت تابعی از عدد موج k و مربع دامنه A در نظر می‌گیریم $\omega(k, A^2)$. نکته قابل ذکر در مورد بسامد زاویه‌ای این است که معادله غیر خطی شرویدینگر یک معادله با تمام ویژگی‌های معادلات غیر خطی (نظیر عدم کاربرد اصل برهم‌نهی موج و...) است. از این رو بسامد زاویه‌ای به صورت تابع مربع دامنه موج در این معادله ظاهر می‌شود. اگر بسامد زاویه‌ای را حول نقطه $k = k_0$ بسط تیلور دهیم، خواهیم داشت:

$$\omega(k, |A|^2) = \omega_0 + (k - k_0) \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{k_0} + \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right|_{k_0} - |A|^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} \right), \quad (۶)$$

$$\omega(k, |A|^2) - \omega_0 - (k - k_0) \left. \frac{\partial \omega}{\partial k} \right|_{k_0} - \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right|_{k_0} + |A|^2 \left(\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2} \right) = 0.$$

با فرض این که کمیت‌های نوسان کننده رفتار سینوسی دارند، تعویض‌های زیر در رابطه (۶) انجام‌پذیر است:

$$\begin{aligned} \omega - \omega_0 &= i \frac{\partial}{\partial t}, \\ k - k_0 &= -i \frac{\partial}{\partial x}, \\ V_g &= \frac{\partial \omega}{\partial k}. \end{aligned} \quad (۷)$$

از طرفی با در نظر گرفتن تغییر متغیرهای زیر، معادله غیر خطی شرودینگر به مختصات جدیدی که همراه با موج حرکت می کند، انتقال می یابد:

$$\begin{aligned} \zeta &= x - V_g t, \\ \tau &= t. \end{aligned} \quad (۸)$$

در ادامه با جایگذاری روابط (۷) در معادله (۶) و در نظر گرفتن تغییر متغیر در رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} i \left(\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} + V_g \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) + p \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + Q |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) &= 0, \\ i \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial \tau} + p \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial \zeta^2} + Q |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) &= 0, \\ i \left(\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} + (V_g)_{ML} \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right) + P_{ML} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + Q |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) &= 0 \end{aligned} \quad (۹)$$

به طوری که p و Q برای امواج پلاسما به ترتیب با پاشندگی گروه $\frac{dV_g}{dk}$ و انتقال بسامد غیر خطی $\delta\omega \propto \frac{\partial\omega}{\partial|\psi|^2}$ متناسب هستند؛ به بیان دیگر

$$p = \frac{1}{2} \frac{dV_g}{dk}, \quad Q = -\frac{\partial\omega}{\partial|\psi|^2} \propto -\delta\omega. \quad (۱۰)$$

شایان ذکر است که پاسخ معادله غیرخطی شرودینگر رابطه (۹) در حالت پایدار، همان پاسخ سالیتمی رابطه (۵) است.

۳. بررسی پاسخ سالیتمی معادله غیرخطی شرودینگر در حضور کمینه طول مشاهده پذیر

برای یافتن سالیتمون در حضور کمینه طول مشاهده پذیر، نخست باید بسامد زاویه ای تعمیم یافته را یافت. با توجه به رابطه عدم قطعیت تعمیم یافته (۲) و در نظر گرفتن معادلات و تقریب های زیر خواهیم داشت:

$$\Delta X \sim X, \Delta P \sim P, P = \hbar k, X = \frac{\lambda}{2\pi} \quad (11)$$

$$XP \simeq \frac{\hbar}{2} [1 + \beta(P)^2], \quad (12)$$

$$\bar{\lambda}_{ML} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{k} + \beta \hbar^2 k \right].$$

بر اساس رابطه بسامد زاویه‌ای با طول موج $(\omega = \frac{c}{\lambda})$ ، بسامد زاویه‌ای در حضور کمینه طول به صورت زیر به دست می‌آید [۲۱]:

$$\Omega = \omega_{ML}(k) = \frac{c}{\bar{\lambda}_{ML}} = \frac{2kc}{[1 + \beta \hbar^2 k^2]}. \quad (13)$$

در ادامه با بسط مخرج کسر بالا در رابطه (۱۳) و صرف نظر کردن از جملات مرتبه β^2 و بالاتر، بسامد زاویه‌ای تعمیم یافته موج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Omega = \omega_{ML}(k) = k_{ML}c = 2k(1 - \beta \hbar^2 k)c, \quad (14)$$

و یا بر اساس کمینه طول مشاهده‌پذیر در نظریه، $(\Delta X)_{Min} = \hbar \sqrt{\beta}$ ، چنین خواهد شد:

$$\Omega(k) = 2k(1 - (\Delta X)_{Min}^2 k)c. \quad (15)$$

در ادامه با در نظر گرفتن بسط تیلور حول نقطه $k = k_0$ برای بسامد زاویه‌ای تعمیم یافته $\Omega(k, |A|^2)$ خواهیم داشت:

$$(\Omega - \Omega_0) - (k - k_0) \frac{\partial \Omega}{\partial k} \Big|_{k_0} - \frac{1}{2} (k - k_0)^2 \frac{\partial^2 \Omega}{\partial k^2} \Big|_{k_0} + |A|^2 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial |A|^2} \right) = 0,$$

$$(\Omega - \Omega_0) - (V_{gr})_{ML}(k - k_0) - p_{ML}(k - k_0)^2 + |A|^2 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial |A|^2} \right) = 0. \quad (16)$$

همانند رابطه (۶) با در نظر گرفتن رفتار سینوسی کمیت‌های رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$(\Omega - \Omega_0) = i \frac{\partial}{\partial t}, \quad (17)$$

$$(V_{gr})_{ML} = \frac{\partial \Omega}{\partial k} |_{k_0} = 2c(1 - 3(\Delta X)_{Min}^2 k_0^2),$$

$$p_{ML} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial k^2} |_{k_0} = -6(\Delta X)_{Min}^2 ck_0.$$

با جایگذاری روابط (۱۷) در رابطه (۱۶) و اعمال تغییر متغیرهای رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$i \left(\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} + (V_g)_{ML} \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right) + P_{ML} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + Q |\psi(x, t)|^2 \psi(x, t) = 0,$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + p_{ML} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + Q |\psi|^2 \psi = 0, \quad (18)$$

به طوری که

$$p_{ML} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial k^2} = -6(\Delta X)_{Min}^2 ck_0,$$

$$Q = \frac{\partial \Omega}{\partial \psi^2} = -2kc(1 - (\Delta X)_{Min}^2 k_0^2). \quad (19)$$

نکته قابل توجه این است که معادله (۱۸) همان معادله غیر خطی شرودینگر در حضور کمینه طول مشاهده پذیر است. طبق رابطه (۵) پاسخ معادله غیر خطی شرودینگر (۱۸) در حضور کمینه طول مشاهده پذیر به صورت زیر به دست می آید:

$$\psi(x, t) = \left(\frac{2A}{Q} \right)^{\frac{1}{2}} \text{Sech} \left[\left(\frac{A}{P_{ML}} \right)^{\frac{1}{2}} (x - x_0 - (V_g)_{ML} t) \right] \exp \left[i \left(At + \frac{(V_g)_{ML}}{2P_{ML}} x - \frac{(V_g)_{ML}^2}{4P_{ML}} t + \theta_0 \right) \right], \quad (20)$$

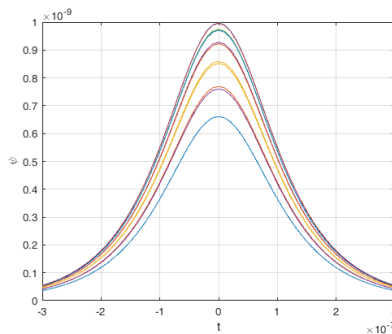
با جایگذاری $A = -\frac{1}{2}$, $x_0 = 0$, $\theta_0 = 0$ و P_{ML} و Q از رابطه (۱۹)، در رابطه (۲۰) خواهیم داشت:

$$\psi(x, t) = \left[\frac{1}{kc(1 - (\Delta X)_{Min}^2 k^2)} \right]^{\frac{1}{2}} \text{Sech} \left[\left(\frac{1}{12(\Delta X)_{Min}^2 ck} \right)^2 (x - (V_{gr})_{ML} t) \right]$$

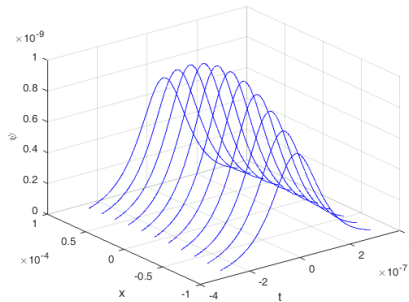
$$\exp \left[i \left(-\frac{1}{2} t - \frac{(V_{gr})_{ML}}{12(\Delta X)_{Min}^2 ck} x + \frac{(V_{gr})^2}{24(\Delta X)_{Min}^2 ck} t \right) \right]. \quad (21)$$

همان طور که مشاهده می شود تصحیح های کمینه طول بر روی پاسخ سالیتمی معادله غیر خطی شرو دینگر، نه تنها شامل بخش اصلی تابع موج سالیتمی است، بلکه بر روی قسمت فاز تابع سالیتمی نیز اثر دارد. رابطه (۲۱) بیانگر یک سالیتمون متحرک با سرعت تعمیم یافته $(V_{gr})_{ML}$ در حضور کمینه طول مشاهده پذیر است. نکته مهم این که در حد $\beta \rightarrow 0$ ، پاسخ سالیتمی در حضور کمینه طول در رابطه (۲۰)، به پاسخ سالیتمی معمولی در رابطه (۵) تبدیل می شود.

بر اساس رابطه (۲۱) نتایج عددی پاسخ سالیتمی معادله غیر خطی شرو دینگر در حضور کمینه طول به راحتی قابل مشاهده است. با در نظر گرفتن طول موج دمای در خورشید که در حدود $\lambda_D \approx 10^{-11}m$ است، کمینه طول مشاهده پذیر حدود $X_{Mm} \approx 10^{-20}m$ برآورد می شود. شایان ذکر است که مقدار کمینه طول برآورد شده مقاله ما در مقایسه با نتایج منابع [۱۱] و [۱۵] به ترتیب حدود 10^{10} و 10^{14} مرتبه بزرگ تر است؛ اما در مقایسه با منبع [۲۲] تقریباً 10^2 مرتبه کوچک تر است. با وجود تلاش های بسیار زیاد فیزیکدانان در جهت آشکارسازی کمینه طول بنیادین در طبیعت هنوز نتیجه قابل قبولی به دست نیامده است. با این حال، آنان امیدوارند که در آینده نزدیک با کمک برخورد دهنده بزرگ هادرونی (LHC)، به نتایج خوب و قابل قبولی در زمینه آشکارسازی کمینه طول دست یابند. با جایگذاری $X_{Mm} \approx 10^{-20}m$ در رابطه (۲۰)، نمودارهای موج سالیتمی تعمیم یافته بر حسب زمان و مکان به صورت زیر نمایش داده می شود:



شکل ۱ تغییرات قسمت حقیقی موج سالیتمی تعمیم یافته بر حسب زمان به ازای کمینه طول $10^{-20}m$ برای مقادیر مختلف کمیت مکان



شکل ۲ تغییرات قسمت حقیقی موج سالیوتونی تعمیم یافته بر حسب زمان و مکان به ازای کمینه طول $10^{-20}m$ و مقادیر مختلف کمیت مکان

شکل (۱) قسمت حقیقی یک موج سالیوتونی در حضور کمینه طول مشاهده پذیر در نظریه $(\Delta X_{Min} = 10^{-20}m)$ را در حالت سکون و بر حسب زمان توصیف می کند. این نمودار برای چند مقدار مختلف مکان (x) رسم شده است. شکل (۲) بیانگر قسمت حقیقی موج سالیوتونی در حضور کمینه طول مشاهده پذیر در نظریه $(\Delta X_{Min} = 10^{-20}m)$ است که بر حسب زمان و مکان و به ازای چند مقدار مختلف مکان رسم شده است.

۴. بحث و نتیجه گیری

نظریه های میدان با ابعاد فضایی، با این هدف که به وحدت بخشی بین نظریه نسبیت عام اینشتین و مدل استاندارد ذرات بنیادی بیانجامد، به صورت گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. با این حال در زمینه پدیده شناختی نظریه های میدان با فرض وجود یک کمینه طول مشاهده پذیر در اندازه گیری فواصل مکانی، پژوهش چندانی نشده است [۹]. در این مقاله نخست با در نظر گرفتن اصل عدم قطعیت تعمیم یافته (GUP)، بسامد زاویه ای موج در حضور کمینه طول مشاهده پذیر به دست آمد. در ادامه با بسط بسامد زاویه ای تعمیم یافته بر حسب عدد موج و دامنه موج، معادله غیرخطی شرودینگر در حضور کمینه طول استخراج شد. همچنین بر اساس پاسخ سالیوتونی معادله غیرخطی شرودینگر، پاسخ سالیوتونی تعمیم یافته در حضور کمینه طول به دست آورده شد. نکته قابل توجه این است که در حد $0 \rightarrow \beta$ ، پاسخ سالیوتونی تعمیم یافته در رابطه (۲۱) به پاسخ سالیوتونی معمولی در

رابطه (۵) تبدیل می‌شود. در شکل ۱ نتایج عددی موج سالیتمونی تعمیم‌یافته ساکن بر حسب زمان و در شکل ۲ نتایج عددی موج سالیتمونی تعمیم‌یافته بر حسب مکان و زمان رسم شده است. شایان ذکر است که در هر دو شکل برآورد تقریبی کمینه طول نزدیک به $10^{-20}m$ در نظر گرفته شده است. با توجه به اهمیت گرانس کوانتمی، از نتایج این مقاله می‌توان جهت مطالعات بیشتر معادله غیر خطی تعمیم‌یافته شرودینگر و همچنین بررسی تأثیر کمینه طول بر روی انواع دیگر سالیتمونها در محیط پلاسما استفاده کرد.

۵. تقدیر و تشکر

نویسنده لازم می‌داند از تمام داوران به خاطر نظرات ارزشمند و سازنده‌شان تشکر کند.

منابع

- [1] Kragh H., *Rev. Hist. Sci.* 48, 401 (1995).
- [2] Pavlopous T G., *Phys. Rev.* 159, 1106 (1967).
- [3] Carazza B., and Kragh H., *Am. J. Phys.* 63, 595 (1995).
- [4] Castro C., *J. Phys. A: Math. Gen.* 39, 14205 (2006).
- [5] Ko Y., Lee S., and Nam S., *Int. J. Theo. Phys.* 49, 1384 (2010).
- [6] Russell N S., *Institution of Naval Architects*, 4, 16 (1864).
- [7] Korteweg D J., and de Vries G., *Philosophical Magazine*, 39, 423 (1995).
- [8] Sprenger M., Nicolini P., and Bleicher M., *Eur. J. Phys.* 33, 853 (2012).
- [9] Khosropour B., *General Relativity and Gravitation*, 49, 91 (2017).
- [10] Khosropour B., *Physics Letters B*, 785, 3 (2018).
- [11] Khosropour B., *Prog. Theo. Exp. Phys.* 13A02 (2017).
- [12] Hossenfelder S., *Living Rev. Relativity*. 16, 2 (2013).
- [13] Das S., Vagenas E C., and Ali AF., *Phys. Lett. B*, 690, 407 (2010).
- [14] Kober M., *Int. J. Mod. Phys. A*, 26, 4251 (2011).
- [15] Nozari K., and Etemadi A., *Phys. Rev. D*, 85, 104029 (2012).
- [16] Majhi B R., and Vagenas E C., *Phys. Lett. B*, 725, 477 (2013).
- [17] Ali A F., *Phys. Lett. B*, 732, 335 (2014).
- [18] Bishop M., Lee J., and Singleton D., *Phys. Lett. B*, 802, 135209 (2020).
- [19] Mounni M., and A Fouhal, *Int. J. Mod. Phys. A*, 35, 2040043 (2020).
- [20] Chen F., "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion", *Springer*, 312-315 (2015).
- [21] Nozari K., and Mehdi pour S H., *Gen. Relativity. Gravit.* 37, 1995 (2005).
- [22] Accioly A., and Mukai H., *Nuovo Cimento della Societ'altaliana di Fisica B*, 112, 1061(1997).

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۵۸-۶۹

مقاله پژوهشی

بررسی ابتدابه ساکن ویژگی‌های الکترونی و ساختاری ابرسانای MgB_2 ^۱

حمدا له صالحی*^۲ و علی احمدی^۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۸

تاریخ بازنگری: ۱۳۹۹/۰۶/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۳۰

چکیده

در این مقاله ویژگی‌های ساختاری ترکیب از جمله ثابت شبکه، مدول حجمی، مشتق مدول حجمی و تراکم‌پذیری در جهت‌های مختلف محاسبه شده است. محاسبات با استفاده از روش امواج تخت بهبود یافته خطی با پتانسیل کامل در چارچوب نظریه تابعی چگالی و با تقریب‌های مختلف انجام گرفته است. نتایج بیانگر آن است که تراکم‌پذیری خطی در راستای c حدود دو برابر تراکم‌پذیری در راستای a است. علاوه بر این، ویژگی‌های الکترونی ترکیب از جمله ساختار نوارهای انرژی، چگالی حالت‌ها و نوع پیوندها در ابرسانای MgB_2 مطالعه شده است. نتایج یک تبهگنی دوگانه در بالای تراز فرمی را نشان می‌دهد که نقش مهمی در خاصیت ابررسانایی بازی می‌کند. با توجه به نوارهای انرژی مشخص شده که پارامترهای شبکه اثر بزرگی در نوار σ اتم بور دارند. نتایج پیش‌بینی می‌کنند که افزایش ثابت شبکه در طول محور c ، افزایش چگالی حالت‌ها را در تراز فرمی در پی دارد. نتایج بیانگر آن است که

^۱ DOI: 10.22051/IJAP.2021.30623.1158

^۲ دانشیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران. (نویسنده مسئول). Email: salehi_h@scu.ac.ir

^۳ دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

Email: salehihamid@yahoo.com

محاسبات با استفاده از تقریب شیب تعمیم یافته نسبت به بقیه تقریب ها سازگاری بهتری با نتایج تجربی و نظری به دست آمده از روش های دیگر دارد.

واژگان کلیدی: $FP-LAPW$ ، MgB_2 ، GGA ، نظریه تابعی چگالی، مدول حجمی، گاف نواری، چگالی حالت ها.

۱. مقدمه

کشف خاصیت ابررسانایی در MgB_2 با دمای گذار 39 K سرآغاز پژوهش های تجربی و نظری در دی بوراید های دیگر شد و توجه بسیاری از پژوهشگران را به بررسی خواص الکترونی و گرمایی و اپتیکی آن جلب کرد [۱]. دمای گذار بالای MgB_2 امیدواری های فراوانی برای یافتن ابررسانایی در دی بوراید های دیگر با دمای گذار بالا ایجاد کرد. MgB_2 دارای ساختاری از نوع $A1B_2$ با گروه فضایی $P6/mmm$ است [۲]. در این مقاله، ساختار الکترونی و ساختار نوارهای انرژی و چگالی حالت های ابررسانای MgB_2 محاسبه شده است. در ساختار MgB_2 اتم های Mg عملاً یونیده اند [۳]. MgB_2 ساختار لایه ای شبیه گرافیت دارد. چندین سازوکار برای توجیه T_c بالا در ابررسانای MgB_2 و مشابه آن وجود دارد که یکی از آن ها بر مبنای ساختار نوارهای انرژی است [۴]، که پیشنهاد می کند، حالت ابررسانایی، نتیجه ای از برهم کنش قوی الکترون-فونون و بسامدهای قوی فونون نسبت به اتم بور بدون بار است. همچنین می توان برای اطلاعات بیشتر در این باره به مراجع [۹۵] مراجعه کرد. لذا در این مقاله، ویژگی های الکترونی و ساختاری در ابررسانای MgB_2 با استفاده از روش ابتدایه ساکن محاسبه می شود و برخی موارد محاسبات از جمله مدول حجمی، مشتق مدول حجمی، تراکم پذیری کلی و خطی، تجزیه بارها و اثر فشار برای اولین بار است که در این جا محاسبه شده است.

۲. روش محاسبات

محاسبات با استفاده از روش امواج تخت بهبود یافته خطی با پتانسیل کامل در چارچوب نظریه تابعی چگالی با تقریب شیب تعمیم یافته و نرم افزار $Wien2k$ انجام شد [۱۰، ۱۱]. ثابت های شبکه که به صورت تجربی اندازه گیری شده است، برابر است با $a=3.084\text{ \AA}$ و $c=3.522\text{ \AA}$ که در محاسبات از آن ها استفاده کرده ایم [۲]. دیگر پارامترها به صورت $R_{MT}(B)=1.5a.u$ و $R_{MT}(Mg)=1.8a.u$ است، شعاع کره های مافین-تین با توجه به طول پیوند آن ها انتخاب شده است. پارامتر همگرایی $RK_{max}=7$ در نظر گرفته شده است، این پارامتر اندازه اتم های پایه را در محاسبات تنظیم می کند. این محاسبات بر

اساس محاسبات ساختار الکترونی به دست آمده از نظریه تابعی چگالی است. برای جداسازی الکترون‌های ظرفیت از مغزه، انرژی جدایی بین الکترون‌های ظرفیت و مغزه ۶- ریدبرگ در نظر گرفته شده است. رفتار الکترون در حالت مغزه کاملاً نسبیته و در حالت ظرفیت و شبه مغزه غیرنسبیته فرض شده است، که در این حالت از برهمکنش اسپین مدار صرف نظر می‌شود. برای محاسبه ویژگی‌های ساختاری ترکیب از تقریب‌های مختلف برای محاسبه پتانسیل تبادلی همبستگی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش *GGA96* نسبت به سایر روش‌ها به نتایج تجربی و نظری دیگران نزدیک‌تر است. رفتار الکترون در حالت‌های مغزه کاملاً نسبیته و در حالت‌های ظرفیت و شبه مغزه غیر نسبیته فرض شده است که در این حالت از برهمکنش اسپین مدار صرف نظر می‌شود.

۳. نتایج

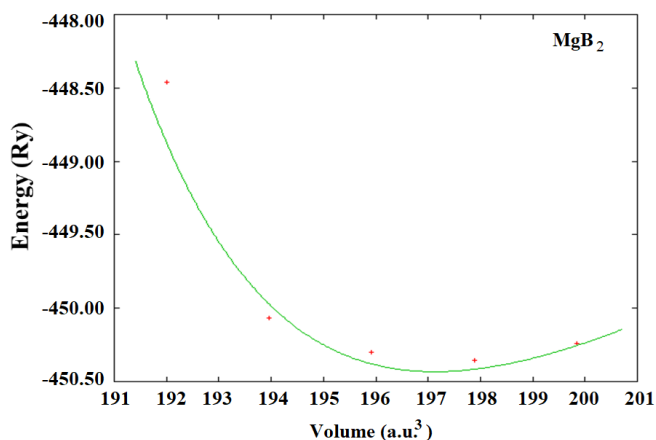
الف. ساختار الکترونی MgB_2

برای محاسبه خواص ساختاری ترکیب، پس از انجام محاسبات خودسازگار انرژی، یاخته واحد ترکیب را به ازای حجم‌های مختلف حول حجم تعادلی اش وردش و محاسبات را انجام داده‌ایم. پس از انجام محاسبات نمودار انرژی بر حسب حجم رسم شده است، که یکی از این نمودار در شکل (۱) آمده است. تغییرات انرژی بر حسب حجم از طریق معادله حالت مورناگون به دست می‌آید. این معادله به صورت زیر است [۵، ۷، ۱۲]:

$$E(V) = E_0 + \frac{BV_0}{B'} \left[\frac{V}{V_0} + \frac{(V/V_0)^{1-B'} - B'}{B' - 1} \right] \quad (1)$$

در این معادله B مدول حجمی، V_0 حجم یاخته اولیه و E_0 انرژی حالت پایه در دمای صفر و فشار صفر است. در این محاسبات، ابتدا وابستگی انرژی به حجم محاسبه و سپس با استفاده از معادله حالت مورناگون برای ساختار هگزاگونال، ثابت‌های شبکه، مدول حجمی، مشتق مدول حجمی نسبت به فشار و تراکم‌پذیری محاسبه شده است. محاسبات با استفاده از سه نوع تقریب برای پتانسیل تبادلی همبستگی انجام شده است و آن‌ها را با یکدیگر و با نتایج تجربی و نظری دیگران مقایسه کرده‌ایم. نتایج در جدول (۱) آورده شده است. همانطور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، نتایج محاسبات انجام شده به کمک تقریب *GGA96* برای پتانسیل تبادلی همبستگی، به نتایج تجربی و نظری نزدیک‌تر است. از این رو در ادامه، محاسبات با تقریب *GGA96* را بررسی

می‌کنیم. حجم تعادلی و انرژی تعادلی و پارامترهای شبکه از طریق کمینه کردن منحنی انرژی بر حسب حجم به دست آمده است.



شکل ۱ نمودار تغییرات انرژی بر حسب حجم یاخته اولیه MgB_2 .

همچنین، در این محاسبات معلوم شد که نزدیک‌ترین فاصله بین اتم‌ها به نوع تقریب اعمالی برای پتانسیل تبادل همبستگی وابسته نیست و تنها به ثابت‌های شبکه وابستگی دارد. پارامتر دیگری که در میزان محاسبات نقش بسیار مهمی دارد شعاع کره مافین-تین است که در انتخاب آن باید دقت کرد. همچنین، مقدار بار الکتریکی درون کره‌های مافین-تین برای اتم‌های تشکیل‌دهنده MgB_2 مؤید انتخاب بهینه این شعاع است که در جدول‌های (۲) و (۳) آمده است.

جدول ۱ پارامترهای ساختاری محاسبه‌شده و مقایسه آن با نتایج دیگران برای ترکیب MgB_2 .

	FP-LAPW, GGA96	FP-LAPW GGA91	FP-LAPW LDA	تجربی [۱۳, ۱۴]	نظری [۵:۱۵]
a (au)	۵/۸۲۴	۵/۸۰۴	۵/۷۶۵	۵/۸۳۴	۵/۸۲۲
c (au)	۶/۶۴۶	۶/۶۲۳	۶/۵۸۵	۶/۶۵۷	۶/۶۷۷
B(Gpa)	۱۵۰/۴۰۵۰	۱۴۹/۴۳۲۵	۱۳۱/۳۱۶۸	۱۵۰	۱۴۷
$B\phi$	۳/۲۳۱۵	۱/۴۳۲۵	۳	۴	۳/۵
$K(m^2/N)$	$۶/۶۵ \times 10^{-1۴}$	$۶/۷ \times 10^{-1۴}$	$۷/۶۲ \times 10^{-1۴}$	$۶/۷ \times 10^{-1۴}$	$۶/۸۱ \times 10^{-1۴}$
$K_a(m^2/N)$	$۳/۵ \times 10^{-1۴}$	$۳/۵۳ \times 10^{-1۴}$	۴×10^{-1۴}	$۳/۴ \times 10^{-1۴}$	-
$K_c(m^2/N)$	$۶/۹ \times 10^{-1۴}$	$۶/۹۵ \times 10^{-1۴}$	$۷/۹ \times 10^{-1۴}$	$۶/۷ \times 10^{-1۴}$	-
$\frac{c}{a}$	۱/۴۱۱۴	۱/۴۱۱۱	۱/۴۲۲۳۸	۱/۴۱۰۷	۱/۴۶۸۵۷
$E_c(Ry)$	-۴۵۰/۳۲۴۰۸۱	-۴۴۹/۱۶۹۸۰۸	-۴۴۷/۶۶۰۷۱	-	-

جدول ۲ تجزیه بار اتم Mg در تقریب‌های مختلف برای ترکیب MgB_2 .

Mg	FP-LAPW GGA96 با ثابت نظری	FP-LAPW GGA96 با ثابت تجربی	FP-LAPW GGA9I با ثابت نظری	FP-LAPW GGA9I با ثابت تجربی	FP-LAPW LDA با ثابت نظری	FP-LAPW LDA با ثابت تجربی
بار کل	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲
بار داخل کره مافین-تین	۹/۹۰۲۹۱	۹/۸۵۳۳۹	۹/۷۰۴۸۵	۹/۶۰۷۸۰	۹/۶۰۵۸۳	۹/۷۰۱۸۷
بار مغزه	۸/۷۳۴۳۹	۸/۷۶۹۵۲	۸/۶۳۷۳۲	۸/۵۹۸۹۸	۸/۵۹۷۲۲	۸/۶۸۳۱۷۴
بار ظرفیت	۱/۱۶۸۵۲	۱/۰۸۳۸۷	۱/۰۶۷۵۳	۱/۰۰۰۸۸۲	۱/۰۰۸۶۱۲	۱/۰۱۸۶۹۶۰
بار خارج از کره مافین-تین	۲/۰۹۷۱۴	۲/۱۴۶۶۱۵	۲/۲۹۵۱۵۵	۲/۳۹۲۲۰۵	۲/۳۹۴۱۷۵	۲/۲۹۸۱۳۵
مجموع بار داخل و خارج کره مافین-تین	۱۲/۰۰۰۰۰۵	۱۲/۰۰۰۰۰۵	۱۲/۰۰۰۰۰۵	۱۲/۰۰۰۰۰۵	۱۲/۰۰۰۰۰۵	۱۲/۰۰۰۰۰۵
LM_{max}	۷	۷	۷	۷	۷	۷

جدول ۳ تجزیه بار اتم B در تقریب‌های مختلف برای MgB_2 .

B	FP-LAPW GGA96 با ثابت نظری	FP-LAPW GGA96 با ثابت تجربی	FP-LAPW GGA9I با ثابت نظری	FP-LAPW GGA9I با ثابت تجربی	FP-LAPW LDA با ثابت نظری	FP-LAPW LDA با ثابت تجربی
بار کل	۵	۵	۵	۵	۵	۵
بار داخل کره مافین-تین	۲/۱۳۸۶۵	۲/۱۲۷۹۶	۲/۰۹۵۸۸	۲/۰۷۴۹۲	۲/۰۷۴۴۹	۲/۰۹۵۲۳
بار مغزه	۱/۸۸۶۲۹	۱/۸۷۶۸۶	۱/۸۴۸۵۷	۱/۸۳۰۰۸	۱/۸۲۹۷۰۰	۱/۸۴۷۹۹۳
بار ظرفیت	۰/۲۵۲۳۶	۰/۲۵۱۰۹۹	۰/۲۴۷۳۱۴	۰/۲۴۴۸۴۱	۰/۲۴۴۷۹۰	۰/۲۴۷۲۳۷
بار خارج از کره مافین-تین	۲/۸۶۱۳۳	۲/۸۷۲۰۲	۲/۹۰۴۱	۲/۹۲۵۰۶	۲/۹۲۵۴۹	۲/۹۰۴۷۵
مجموع بار داخل و خارج کره مافین-تین	۴/۹۹۹۹۸	۴/۹۹۹۹۸	۴/۹۹۹۹۸	۴/۹۹۹۹۸	۴/۹۹۹۹۸	۴/۹۹۹۹۸

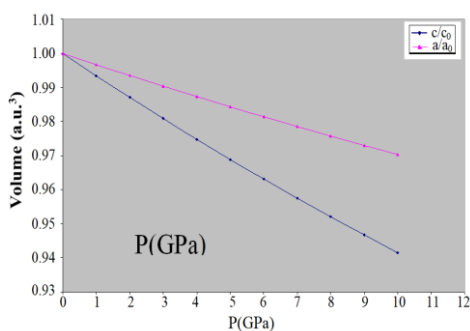
ب. بررسی تأثیر فشار در ساختار MgB_2

برای بررسی اثر تغییرات فشار در ساختار MgB_2 وابستگی حجم به فشار را از طریق رابطه زیر

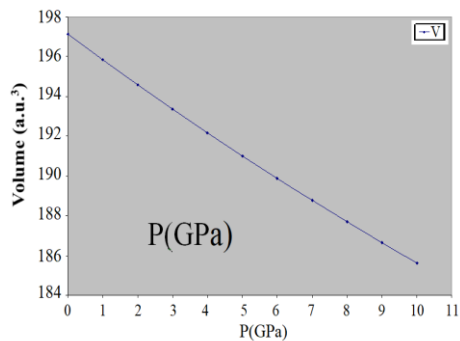
حساب کردیم [۷، ۱۲]:

$$V(P) = V_0 [(B'/B)P + 1]^{-1/B'} \quad (2)$$

با توجه به این رابطه تغییرات حجم بر حسب فشار به دست می‌آید، که در این رابطه حجم اولیه V_0 و B و B' را با توجه به جدول (۱) در رابطه قرار می‌دهیم. نمودار وابستگی حجم به فشار در بازه صفر تا 10GPa برای ترکیب MgB_2 در شکل (۲الف) نشان داده شده است. با توجه به نمودار مشخص می‌شود که حجم یاخته‌بسیط با افزایش فشار کاهش می‌یابد. همچنین نمودار تغییرات پارامتر شبکه a و c بر حسب فشار در شکل (۲ب) نشان داده شده است. برای مقایسه بهتر هر دو منحنی تغییرات c/c_0 و a/a_0 در یک نمودار رسم شده است (c_0 و a_0 پارامترهای شبکه در فشار صفراند). با توجه به شکل (۲ب) مشاهده می‌شود که با افزایش فشار، پارامترهای شبکه کاهش می‌یابند. کاهش پارامتر شبکه c در حدود $1/8$ تندتر از پارامتر شبکه a است. این مقدار در اندازه‌گیری‌های تجربی که انجام شده است برابر $1/4$ به دست آمده است. این اختلاف به خاطر ناهمسانگردی ساختار MgB_2 است و این به دلیل متفاوت بودن نوع پیوندها در جهت‌های a و c است. در راستای محور a پیوندهای قوی کووالانسی بین اتم‌های بور وجود دارد و در راستای محور c پیوندهای ضعیف‌تری بین اتم‌های منیزیم و بور وجود دارد.



(ب)



(الف)

شکل ۲. الف: نمودار تغییرات حجم سلول واحد MgB_2 بر حسب فشار، ب: تغییرات پارامترهای شبکه MgB_2 بر حسب فشار.

ج. تراکم‌پذیری بلور MgB_2

تراکم‌پذیری به صورت عکس مدول حجمی تعریف می‌شود و مدول حجمی نمایانگر استحکام بلور است؛ هرچه مدول حجمی بیشتر باشد، استحکام بلور نیز بیشتر است. تراکم‌پذیری حجمی از رابطه زیر به دست می‌آید [۵، ۱۶]:

$$K_V = -\frac{1}{V_0} \frac{dV}{dP} \quad (۳)$$

در این جا، V_0 حجم تعادلی در فشار صفر است و مقدار آن را با توجه به جدول (۱) داریم. با توجه به شیب منحنی (۲)، $\frac{dV}{dP}$ را محاسبه و در رابطه (۳) قرار می‌دهیم و از آن جا تراکم‌پذیری حجمی را حساب می‌کنیم. مقدار تراکم‌پذیری حجمی $10^{-10} \times 6/65 \text{ Gpa}^{-1}$ به دست آمد که در توافق خوبی با مقدار تجربی محاسبه شده $10^{-10} \times 6/7 \text{ Gpa}^{-1}$ است [۱۱]. با توجه به مقدار تراکم‌پذیری حجمی و همچنین زیاد بودن مقدار مدول حجمی، می‌توان نتیجه گرفت که MgB_2 یک جسم سخت است و به راحتی تغییر شکل نمی‌دهد و برای ایجاد تغییر شکل در بلور آن انرژی زیادی لازم است. اکنون، تراکم‌پذیری خطی در راستای محورهای a و c را حساب می‌کنیم. تراکم‌پذیری خطی بارابطة زیر داده می‌شود [۷، ۱۳]،

$$K_r = \frac{V_0}{B} \frac{d \ln(r)}{dV} \quad (۴)$$

در این رابطه، r نمایانگر پارامترهای شبکه است. مقدار تراکم‌پذیری خطی در راستای محورهای a و c محاسبه شده است. تراکم‌پذیری خطی در راستای محور a ، $10^{-10} \times 3/5 \text{ Gpa}^{-1}$ و در راستای محور c ، $10^{-10} \times 6/9 \text{ Gpa}^{-1}$ به دست آمده است. با توجه به نتایج می‌بینیم که تراکم‌پذیری خطی در راستای محور c حدود دو برابر تراکم‌پذیری خطی در راستای محور a است. این نتایج نشان می‌دهد که بلور MgB_2 ناهمسانگرد است و در واقع می‌توان گفت که در ترکیب MgB_2 طول پیوندهای $B-B$ درون صفحات بور از طول پیوندهای $Mg-B$ و $B-B$ بین لایه‌ها کمتر است. این به علت آن است که MgB_2 همانند گرافیت دارای ساختار لایه‌ای است و اتم‌های Mg و B در لایه‌های متفاوت و متناوب قرار دارند. در صفحه اتم‌های B ، پیوندهای قوی کووالانسی $B-B$ برقرار است و بین لایه‌های Mg و B پیوندهای ضعیف تریونی برقرار است. طول پیوندهای $B-B$ از $Mg-B$ کوتاه‌تر است، بنابراین تراکم‌پذیری درون لایه‌های بور در راستای محور a کمتر از تراکم‌پذیری بین لایه‌های Mg و B در راستای محور c است. با توجه به اینکه، تراکم‌پذیری نمادی از استحکام بلور است، می‌توان گفت که برای ایجاد تغییر شکل در صفحات بلور در راستای محور a نسبت به محور c انرژی بیشتری نیاز است. نتایج محاسبات تراکم‌پذیری حجمی و تراکم‌پذیری خطی در جدول (۱) آورده شده است.

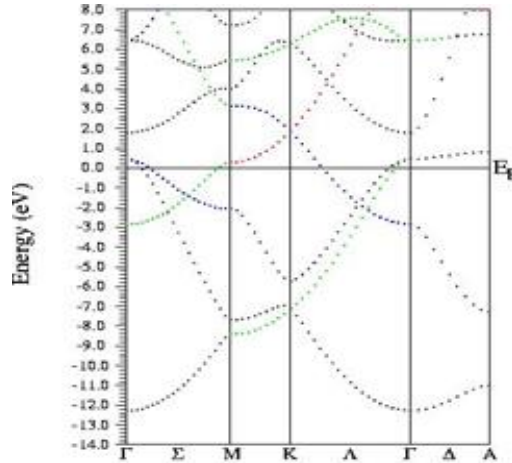
د. محاسبه ساختار الکترونی

۱. ساختار نوارهای انرژی

با محاسبه ساختار نوارهای انرژی هر ماده می‌توان به خواص آن ماده پی برد. ساختار نوارهای انرژی MgB_2 در شکل (۳) آورده شده است. در این نمودار، مبدأ انرژی در بیشینه نوار ظرفیت است و مقیاس آن بر حسب الکترون‌ولت است. تعداد ۴۰۰ نقطه جهت محاسبات استفاده شده است که باروش خودسازگار به همگرایی رسیده است و همگرایی را بر مبنای انرژی قرارداده‌ایم، که با ۸ چرخه و با اختلاف انرژی از مرتبه 10^{-6} به همگرایی رسیده است. پارامتر همگرایی، RK_{max} ، برابر با ۷ در نظر گرفته شده است. این پارامتر اندازه‌اتم‌های پایه را در محاسبات تنظیم می‌کند. برای جداسازی الکترون‌های ظرفیت و مغزه از مبنای انرژی کمک گرفته‌ایم و انرژی جدایی بین الکترون‌های ظرفیت و مغزه را برابر ۶- ریدبرگ گرفتیم و حالت‌های ظرفیت برای اتم منیزیم $3s^2$ و حالت ظرفیت برای اتم بور $2p^1$ به دست آمد.

با توجه به شکل (۳) مشاهده می‌شود که شامل الکترون‌های ظرفیتی هستند که در محدوده $5/8$ - تا 2 الکترون‌ولت گسترده شده‌اند، این نوارهای انرژی در تعیین خاصیت MgB_2 نقش اساسی ایفا می‌کند. از طرف دیگر با توجه به این که حالت ظرفیت برای اتم منیزیم اربیتال $3s^2$ است و این در بالای سطح فرمی قرار می‌گیرد، نشان‌دهنده نبود الکترون در ترازهای لایه آخر اتم منیزیم است و نشان می‌دهد که اتم منیزیم در ترکیب MgB_2 کاملاً یونیده است و الکترون‌های خود را به لایه‌های اتم بور می‌دهد. چنانچه ساختار نوارهای انرژی این ترکیب را بدون اتم منیزیم رسم کنیم تغییر اساسی در ساختار رخ نمی‌دهد و نشان می‌دهد که الکترون‌های اتم منیزیم فقط یک جابه‌جایی در E_F ایجاد می‌کنند، که می‌توان آن را از چگالی حالت‌های جزئی هم به دست آورد. اما اتم بور با توجه به این که اربیتال p آن در حالت ظرفیت نقش مهمی در خواص MgB_2 بازی می‌کند مشاهده می‌شود که پیوندهای σ اتم‌های بور نقش اساسی در ابرسانایی ترکیب MgB_2 دارد و خاصیت فلزی ترکیب را می‌توان به پیوندهای π اتم بور نسبت داد و سهم انرژی بالا از نوار ظرفیت مربوط به حالت‌های $2p$ اتم بور است. ساختار نوارهای انرژی دارای یک تبهگنی دوگانه است. نوارهای تقریباً پهن، بالای E_F قرار دارند و به نظر می‌رسد که ماهیت نوارهای پهن نقش مهمی را در ابرسانایی MgB_2 بازی می‌کنند. قله این نوارهای پهن در حدود $1/3 eV$ بالای E_F قرار دارد. می‌توان مشاهده کرد که دو نوع نوار وجود دارد که عبارتند از نوارهای σ و π که هر دوی آن‌ها دارای مشارکتی از اتم بور هستند. همانگونه که شکل (۳) نشان می‌دهد سطح انرژی فرمی، نوارهای انرژی متفاوتی را قطع می‌کند که این دلالت بر خاصیت فلزی ماده دارد. محاسبات

ساختار نواری نشان می‌دهد که این ترکیب کاملاً یونی نیست، بلکه دارای پیوند کووالانسی قوی B-B بین اتم‌های بور نیز می‌شود.

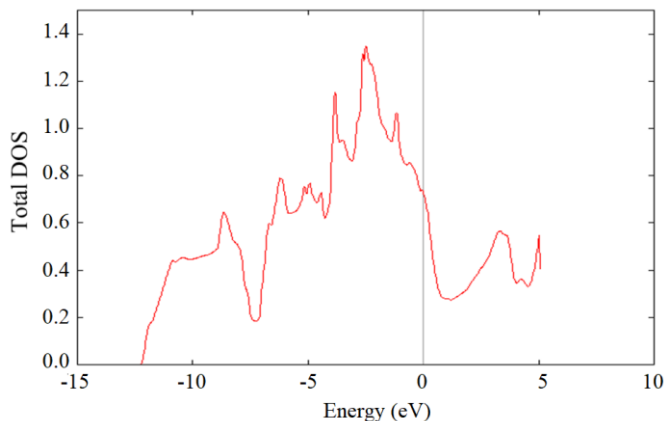


شکل ۳ نوارهای انرژی ترکیب MgB_2 .

۲. چگالی حالت‌ها

توزیع الکترون در طیف انرژی با چگالی حالت‌ها توصیف می‌شود. طیف چگالی حالت‌های کل در MgB_2 در بازه $-15 eV$ تا $10 eV$ در شکل (۴) رسم شده است. در نمودار چگالی حالت‌ها، مقیاس انرژی صفر نشان‌دهنده مکان تراز فرمی است که با خط چین عمودی نشان داده شده است. مشارکت عمده در بالای نوار ظرفیت مربوط به اربیتال‌های p اتم بور و در ته نوار ظرفیت مشارکت عمده مربوط به اربیتال‌های s اتم بور است. در حالی که در ته نوار رسانش مشارکت عمده مربوط به اربیتال‌های s اتم Mg است. حالت‌های s اتم B با حالت‌های p اتم B در نوار ظرفیت هیبرید می‌شود، که نشان می‌دهد که sp^2 در صفحات ab به طور قوی هیبرید می‌شوند. مشارکت اربیتال‌های s اتم Mg در نوار ظرفیت ناچیز است و عمدتاً در حالت‌های غیر اشغال منعکس می‌شوند. این الکترون‌های Mg به لایه‌های بور داده می‌شود. الکترون‌های s اتم بور به خوبی جایگزیده‌اند و مشارکت آن‌ها در E_F خیلی ناچیز است و به نظر می‌رسد که پیوندهای p-p و σ اثر مهمی در ابررسانایی دارند و بیشینه چگالی حالت‌های انرژی از -5 تا صفر الکترون‌ولت گسترده شده‌اند. چگالی حالت‌ها در سطح فرمی، $N(E_F)$ ، در حدود 0.7 State/eV است و با

توجه به مشارکت عمده اتم بور می توان به نقش اساسی اتم های بور در تعیین خواص الکترونی MgB_2 پی برد.

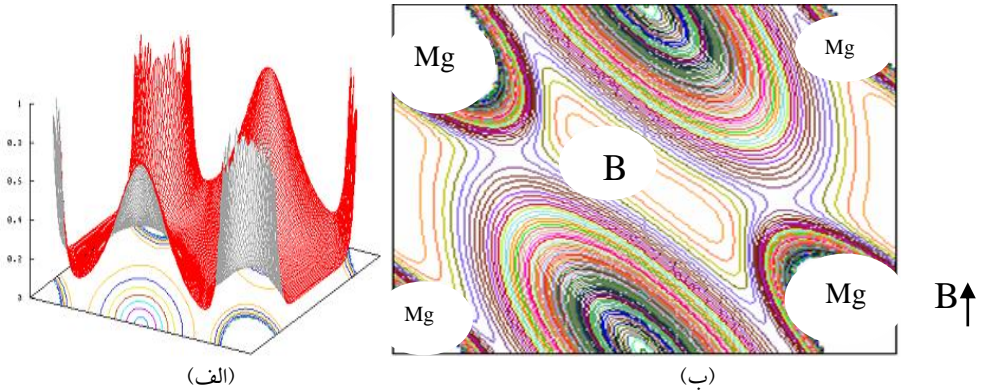


شکل ۴ منحنی چگالی حالت های انرژی کل MgB_2 .

۳. چگالی ابر الکترونی

چگالی ابر الکترونی در واقع نحوه توزیع بار در اطراف اتم ها را نشان می دهند. با توجه به میزان توزیع بار در اطراف اتم ها می توان نوع پیوند بین آن ها را تشخیص داد. تراکم زیاد الکترون بین دو اتم نشان دهنده قوی بودن پیوند بین آن هاست و تراکم کمتر الکترون بین دو اتم پیوند ضعیف تری را بین آن ها نشان می دهد. نمودار چگالی ابر الکترونی نشان دهنده تراکم الکترون ها در مکان های مختلف است و از روی آن می توان فهمید که در چه نقاطی تراکم الکترون بیشتر و در چه نقاطی کمتر است. چگالی ابر الکترونی برای ترکیب MgB_2 در صفحه (۱۱۰) در شکل (۵) نشان داده است. از روی شکل مشخص است که تراکم الکترون کمی بین اتم های منیزیم و بور وجود دارد. علاوه بر این، در اطراف اتم منیزیم نیز توزیع بار کمی وجود دارد. توزیع بار در اطراف اتم های منیزیم در ترکیب MgB_2 خیلی کمتر از توزیع بار حالت طبیعی اتم منیزیم است و این می تواند به دلیل آن باشد که اتم های منیزیم در این ترکیب الکترون های لایه ظرفیت خود را به اتم های بور می دهند، ولیکن چگالی الکترونی در اطراف اتم های بور بیشتر است و این به همان دلیل است که اتم منیزیم، الکترون های خود را به اتم بور می دهد. علاوه بر این، انباشتگی الکترون بین اتم های بور زیاد است ولی بین اتم های منیزیم و بور خیلی کمتر است و می توان فهمید که بین اتم های بور پیوند قوی کووالانسی $B-B$ برقرار است و بین اتم های منیزیم و بور پیوند یونی ضعیف تر برقرار است که نشان دهنده ناهمسانگردی شدید ترکیب MgB_2 است و تأیید کننده نتایجی است که از

بررسی چگالی حالت‌های جزئی ترکیب MgB_2 به دست آمده است. علاوه بر این، توزیع همگن بار در اطراف اتم‌های منیزیم نشان‌دهنده آن است که بین اتم‌های منیزیم پیوند فلزی $Mg-Mg$ وجود دارد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که این ترکیب نمونه‌ای از جامد با پیوندهای مختلف است.



شکل ۵ الف) چگالی حالت‌های الکترونی ترکیب MgB_2 در صفحه (۱۱۰)، ب) در سه بعد.

۴. نتیجه‌گیری

محاسبات با استفاده از روش امواج تخت بهبودیافته خطی با پتانسیل کامل در چارچوب نظریه تابعی چگالی انجام شده است. نتایج محاسبات ساختار الکترونی بیانگر یک تبهگنی دوگانه در بالای تراز فرمی است که نقش مهمی در خاصیت ابررسانایی بازی می‌کند. همچنین، تراکم‌پذیری خطی در راستای c حدود دو برابر تراکم‌پذیری در راستای a است، که نشان‌دهنده ناهمسانگردی ترکیب MgB_2 است. علاوه بر این، چگالی حالت‌های الکترونی بیانگر وجود پیوند قوی کووالانسی بین $B-B$ و یونی ضعیف بین اتم‌های منیزیم و بور است که نشان‌دهنده ناهمسانگردی شدید ترکیب MgB_2 است. نتایج پیش‌بینی می‌کند که افزایش ثابت شبکه در طول محور c ، افزایش چگالی حالت‌ها را در تراز فرمی در پی دارد. با توجه به مقدار تراکم‌پذیری حجمی و همچنین زیاد بودن مقدار مدول حجمی، می‌توان نتیجه گرفت که MgB_2 یک جسم سخت است و به راحتی تغییر شکل نمی‌دهد و برای ایجاد تغییر شکل در بلور آن انرژی زیادی لازم دارد. علاوه بر این، توزیع همگن بار در اطراف اتم‌های منیزیم نشان‌دهنده آن است که بین اتم‌های منیزیم پیوند فلزی وجود دارد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که این ترکیب نمونه‌ای از جامد با پیوندهای مختلف است. نتایج سازگاری خوبی با نتایج تجربی و نظری به دست آمده از روش‌های دیگر دارد.

۵. تقدیر و تشکر

این تحقیق توسط دانشگاه شهید چمران اهواز ایران [SCU.SP98.490] پشتیبانی شد.

منابع

- [1] Buzea D. and Yamashita T, "Review of superconducting properties of MgB_2 " *Supercond. Sci. Technol.* 14, R115 (2001).
- [2] Jones M E and Marsh R E, "The Preparation and Structure of Magnesium Boride, MgB_2 " *J. Am. Chem. Soc.* 76, 1434-1436 (1954).
- [3] Kortus J, Mazin I I *et al.*, "Superconductivity of Metallic Boron in MgB_2 ", *Phys. Rev. Lett* 8, 4656-4659 (2001).
- [4] Kong Y, Dolgov O V *et al.*, "Electron-phonon interaction in the normal and superconducting states of MgB_2 " *Phys. Rev. B* 64, 020501 (R) (2001).
- [5] Demeter T and Aristides M, "Ab Initio Investigation of the Electronic and Geometric Structure of Magnesium Diboride, MgB_2 ", *J. Phys. Chem.* A109, 47:10663-10674 (2005).
- [6] Alexander S S and Boris I L, "Structure and properties of $(AlB_2)_n$ and $(MgB_2)_n$ ($n = 1, \dots, 10$) clusters", *The European Physical Journal D* 73, 14 (2019).
- [7] Islam A K M A, Islam F N and Kabir S, "Ab initio investigation of mechanical behaviour of MgB_2 superconductor under pressure", *J. Phys: Cond. Mat* 13, L641 (2001).
- [8] Vinod K, Varghese N and Syamaprasad U, "Superconductivity of MgB_2 in the BCS framework with emphasis on extrinsic effects on critical temperature", *Superconductor Science and Technology* 20, R31, (2007).
- [9] Boeri L, "Understanding Novel Superconductors with Ab Initio Calculations", arXiv: 1903.05708 (2019).
- [10] Blaha P, and Schwarz K, *Wien2k*, Vienna university of Technology Austria (2009).
- [11] Perdew J P, Burke K, Ernzerhof M, "Generalized Gradient Approximation Made Simple", *Phys. Rev. Lett* 77, 3865-3868 (1996).
- [12] Loa I, Kunc K, and Syassen K, "Crystal structure and lattice dynamics of AlB_2 under pressure and implications for MgB_2 ", *Phys. Rev. B* 66, 134101 (2002).
- [13] Prassides K, Iwasa Y, Ito T *et al.*, "Compressibility of the MgB_2 superconductor", *Phys. Rev. B* 64, 012509 (2001).
- [14] Singh P, "Role of Boron p -Electrons and Holes in Superconducting MgB_2 , and Other Diborides: A Fully Relaxed, Full-Potential Electronic Structure Study", *Phys. Rev. Lett* 87, 087004-087008 (2001).
- [15] Voigt T, Schneider G *et al.*, "Compressibility and electronic structure of MgB_2 up to 8GPa", *Phys. Rev. B* 63, 220505 (2001).
- [16] Jie T, Lu-chang Qin *et al.*, "Lattice parameter and T_c dependence of sintered MgB_2 superconductor on hydrostatic pressure", *Phys. Rev. B* 64, 132509-4 (2001).

فصلنامه علمی فیزیک کاربردی ایران، دانشگاه الزهرا

سال یازدهم، پیاپی ۲۵، تابستان ۱۴۰۰

صص ۷۰-۸۲

مقاله پژوهشی

طراحی و شبیه سازی یک دی مدولاتور کلیدزنی انتقال تمام نوری فرکانس با استفاده از کاواک های تشدید مبتنی بر بلور فوتونی^۱

اکرم اصغری گواز^۲ و علیرضا عندلیب^{۳*}

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۱/۰۸

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۲/۱۴

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۱

چکیده

استفاده از افزاره (ابزار) های تمام نوری برای پیاده سازی شبکه های مخابرات تمام نوری بسیار مهم است. با استفاده از دی مدولاتور (تفکیک کننده) کلیدزنی انتقال تمام نوری فرکانس می توان کدهای دوتایی دیجیتال را با کمک فرکانس نور ورودی تولید کرد. در این مقاله ساختار جدیدی برای طراحی دی مدولاتور کلیدزنی انتقال تمام نوری فرکانس با استفاده از بلورهای فوتونی معرفی شده است. از سه کاواک تشدید با مدهای تشدید (بازآوایی) مختلف برای فرایند گزینش فرکانس ها استفاده شده است. برای این که مدهای تشدید کاواک ها با

^۱ DOI: 10.22051/IJAP.2021.35417.1199

^۲ استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهر، اهر، آذربایجان شرقی، ایران. Email: a.asghari@iau-ahar.ac.ir

^۳ دانشیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز، تبریز، آذربایجان شرقی، ایران. (نویسنده مسئول). Email: andalib@iaut.ac.ir

یکدیگر متفاوت باشد، شعاع میله های ناراستی به کار رفته درون کاواک های سه گانه، متفاوت از هم انتخاب شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که ساختار پیشنهاد شده می تواند ۴ کد دیجیتال دو تایی بر پایه فرکانس های سیگنال نور ورودی تولید نماید. بنابراین ساختار طراحی شده می تواند به عنوان یک دی مدولاتور انتقال فرکانسی تمام نوری عمل کند و کدهای دو تایی ۰۱، ۰۰، ۱۰ و ۱۱ را در خروجی تولید کند. حداکثر زمان تأخیر ساختار طراحی شده 4 ps است.

واژگان کلیدی: بلور فوتونی، دی مدولاتور، کاواک تشدید، زمان تأخیر.

۱. مقدمه

عمل مدولاسیون (سوار کردن) در مهندسی برق و مخابرات عبارت است از سوار کردن سیگنال پیام (اطلاعات) بر روی سیگنال دیگری که معمولاً فرکانس بالاتری دارد و به آن سیگنال حامل گفته می شود. هدف از مدولاسیون افزایش بُرد سیگنال و بهره وری انتقال و استفاده بهتر از پهنای باند کانال است. همان گونه که می دانیم بُرد (مسافت انتقال) موج وابسته به فرکانس موج است، به این صورت که با افزایش فرکانس، بُرد سیگنال نیز افزایش می یابد. اما مسئله مهم دیگر این است که فرکانس هایی که کاربر آنها انسان است، معمولاً فرکانس کمی دارند. با استفاده از تکنیک مدولاسیون می توان به اصطلاح یک سیگنال کم فرکانس را سوار یک موج با فرکانس بالا کرد و سپس در محیط انتشار انتقال داد. در مدولاسیون، با توجه به تغییرات سیگنال پیام، یکی از خواص سیگنال حامل (مثلاً دامنه، فرکانس، یا فاز) تغییر می کند. به طور کلی فرایند گنجاندن سیگنال حاوی اطلاعات در سیگنالی دیگر را مدولاسیون می نامند.

روش های مدولاسیون در حالت کلی به دو دسته مدولاسیون آنالوگ و مدولاسیون دیجیتال تقسیم می شوند. مهم ترین روش های مدولاسیون آنالوگ، مدولاسیون دامنه، مدولاسیون فاز و مدولاسیون فرکانس است. در این روش ها به ترتیب دامنه، فاز یا فرکانس سیگنال حامل بر اساس تغییرات سیگنال پیام تغییر می کند. مهم ترین روش های مدولاسیون دیجیتال نیز مدولاسیون کلیدزنی انتقال فاز، مدولاسیون کلید زنی انتقال دامنه و مدولاسیون کلید زنی انتقال فرکانس است. در این تکنیک - های مدولاسیون معمولاً کدهای دیجیتال کم فرکانس با استفاده از اعمال تغییرات مناسب در فاز، دامنه یا فرکانس سیگنال حامل با فرکانس بالا ساخته می شود. به طور کلی هدف از مدولاسیون دیجیتال، ارسال یک رشته کد دیجیتال درون یک کانال آنالوگ است.

مدولاسیون کلیدزنی انتقال فرکانس^۴ (FSK) یک فرایند مدولاسیون دیجیتال است که داده‌ها و اطلاعات را با تغییر فرکانس سیگنال، انتقال می‌دهد. در مدولاسیون FSK چهار سطحی، از چهار فرکانس مشخص و متفاوت برای ارسال چهار سطح دیجیتال مختلف مانند ۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ دیجیتال استفاده می‌شود. در نهایت این سیگنال‌های ارسال شده باید توسط افزاره‌ای (ابزاری) به نام دی‌مدولاتور (تفکیک کننده) مجدداً به شکل دیجیتال ۰ و ۱ تبدیل شوند تا بتوان داده‌های ارسال شده از فرستنده را به طور کامل در گیرنده بازیابی کرد. بدین منظور افزاره‌ای در سمت گیرنده مورد نیاز است که بتواند با توجه به فرکانس نور دریافتی کدهای ۰، ۰۱، ۱۰ و ۱۱ را تولید کند. وظیفه یک دی‌مدولاتور FSK نوری، تولید کدهای دوتایی از فرکانس موج نوری است. این افزاره به طور پی‌درپی از یک شکل موج متغیر با زمان در فواصل زمانی معین نمونه‌برداری کرده و یک عدد دوتایی (دودویی) از نمونه‌های به دست آمده تولید می‌کند. دی‌مدولاتور FSK نوری مجموعه‌ای است که تمامی فرایند تبدیل فرکانس موج به کد دوتایی در آن به شکل نوری انجام می‌شود و سیگنال الکتریکی نقشی در آن ندارد.

بلورهای فوتونی آرایه‌های منظمی از مواد دی‌الکتریک هستند که تغییر ضریب شکست در آنها متناوب است. یک نتیجه مهم متناوب بودن تغییرات ضریب شکست در این ساختارها، باند ممنوعه فوتونی است. باند ممنوعه فوتونی به محدوده فرکانسی (طول موجی) گفته می‌شود که انتشار هرگونه موج‌های نوری در آن محدوده فرکانسی، درون بلور فوتونی ممنوع است. باند ممنوعه فوتونی در بلورهای فوتونی به ضریب شکست دی‌الکتریک و ابعاد ساختار وابسته است [۳-۱].

اولین دی‌مدولاتور تمام‌نوری مبتنی بر بلور فوتونی در سال ۲۰۱۸ توسط کریم‌زاده و عندلیب طراح‌ی و ارائه شده است [۴]. ساختار پیشنهادی پژوهشگران یک دی‌مدولاتور BPSK تمام‌نوری است که می‌تواند کد یکتایی را با در نظر گرفتن فاز سیگنال ورودی در خروجی تولید کند. مکانیزم کار این ساختار مبتنی بر تداخل مخرب و سازنده پرتوهای هم‌فاز و ناهم‌فاز داخل موجبرهای نوری است. یک ساختار دی‌مدولاتور کلیدزنی انتقال فرکانس نیز با ترکیب یک دی‌مالتی پلکسر (جدا کننده چند تایی) تمام نوری و یک کد کننده در بستر بلورهای فوتونی طراح‌ی و ارائه شده است که می‌تواند بر اساس فرکانس نور ورودی ۴ کد دوتایی تولید کند [۵]. مبدل‌های آنالوگ به دیجیتال تمام‌نوری نیز عملکردی مشابه دی‌مدولاتورهای نوری دارند. اولین مبدل نوری مبتنی بر بلور فوتونی با استفاده از بلورهای فوتونی یک‌بعدی طراح‌ی شده است [۶]. ترکیب اثر غیرخطی کر با فیلترهای نوری روش دیگری برای طراح‌ی مبدل آنالوگ به دیجیتال

⁴ Frequency Shift Keying

نوری است. در این ساختار ابتدا دو فیلتر نوری مبتنی بر بلور فوتونی دوبعدی به صورت سری کنار یکدیگر قرار می گیرند [۷]. مهدیزاده و همکارانش با استفاده از بلورهای فوتونی دوبعدی ساختارهایی دو طبقه متشکل از یک گسسته ساز و یک کد کننده را برای پیاده سازی مبدل های آنالوگ به دیجیتال تمام نوری طراحی و ارائه کرده اند [۸-۱۰]. طاووسی و همکاران نیز برای پیاده سازی مبدل های آنالوگ به دیجیتال تمام نوری از حلقه های تشدید غیر خطی استفاده و دو ساختار جدید را طراحی کرده اند [۱۱]. این ساختارها بر اساس سویچ زنی غیر خطی عمل می کند. از جمله ساختارهای دیگری که می توان با استفاده از بلورهای فوتونی طراحی و پیاده سازی کرد، می توان به گیت های منطقی [۱۴-۱۲]، دیکدر [۱۷-۱۵]، آنکدر [۲۰-۱۸]، جمع کننده [۲۵-۲۱]، تفریق کننده [۲۸-۲۶]، مقایسه کننده [۳۱-۲۹] و مالتی پلکسرهای منطقی تمام نوری [۳۲] نیز اشاره کرد.

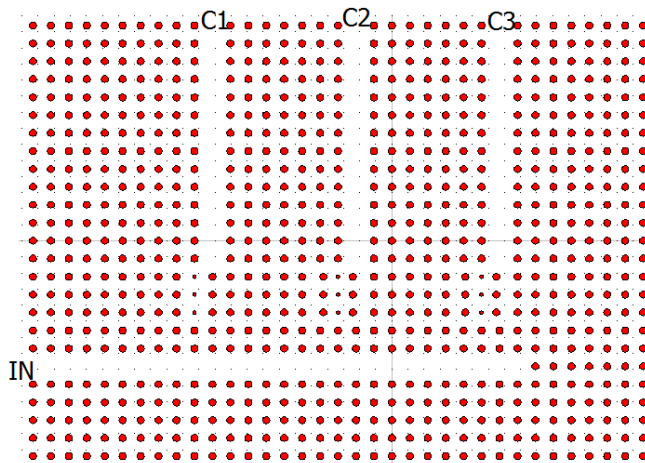
در این مقاله با استفاده از کاواک های تشدید مبتنی بر بلور فوتونی ساختاری برای طراحی و پیاده سازی یک دی مدولاتور کلید زنی انتقال فرکانس ارائه شده است. ساختار پیشنهادی از دو بخش دی مالتی پلکسر (جدا کننده چند تایی) نوری و کد کننده نوری تشکیل شده است. در این ساختار از سه کاواک تشدید با ابعاد فیزیکی متفاوت و باز آوایی در فرکانس های مختلف استفاده شده است. از این ویژگی و قابلیت برای تبدیل فرکانس به گدهای دو تایی استفاده می شود.

۲. دی مالتی پلکسر تمام نوری

برای طراحی یک دی مدولاتور تمام نوری، نیازمند ارائه ساختاری هستیم که بتواند فرکانس های نوری را از یکدیگر جدا کند. این کار توسط یک دی مالتی پلکسر (جدا کننده چند تایی) تمام نوری انجام خواهد شد. یک دی مدولاتور دو تایی دارای ۴ فرکانس است، که جداسازی این چهار فرکانس نیازمند یک دی مالتی پلکسر ۳ کاناله خواهد بود. حال برای طراحی دی مالتی پلکسر اشاره شده مبتنی بر ساختارهای بلور فوتونی، از یک ساختار بلور فوتونی 17×39 با آرایش مربعی به صورت لایه های سیلیکونی در پس زمینه ای از هوا استفاده کردیم. همچنین ساختار مورد نظر دارای ضریب شکست $N=3.46$ ، ثابت شبکه $a=569\text{nm}$ و شعاع میله هایی برابر $r=0.2 \times a$ است. این ساختار دارای دو باند گپ در مد TM و یک باند گپ در مد TE است.

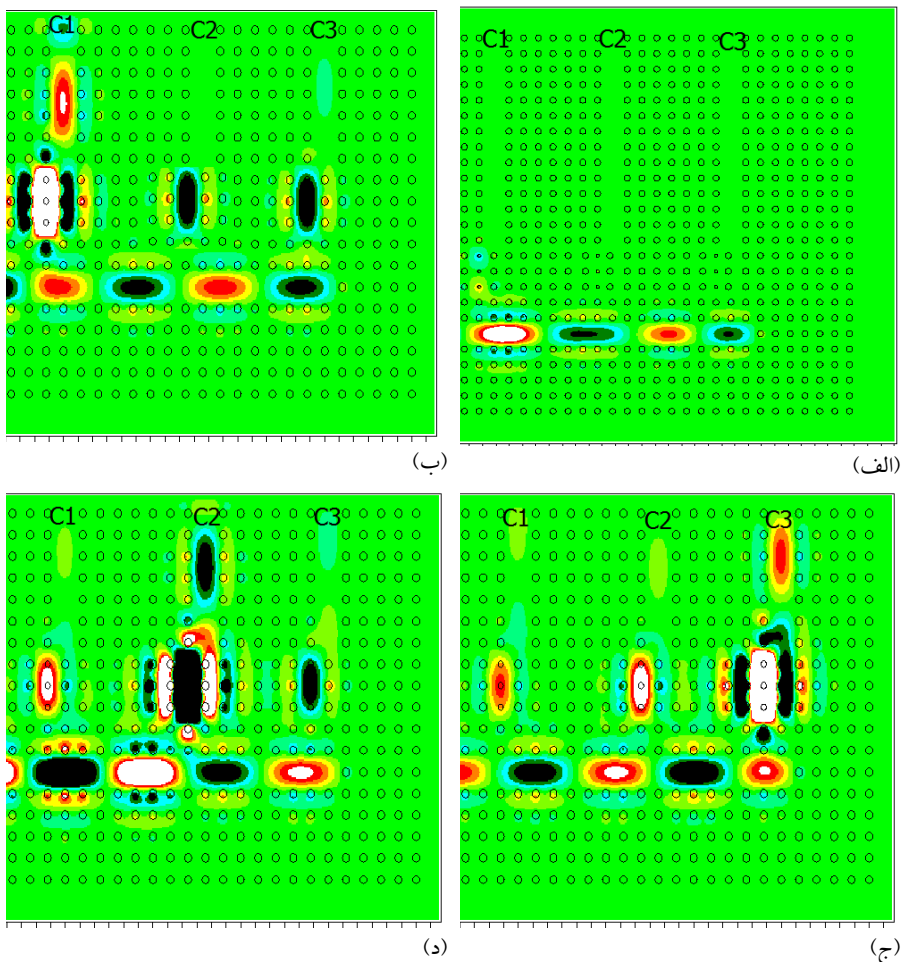
پهنای باند گپ مطلوب در مد TM برابر $0.42 < a/\lambda < 0.28$ بوده که به ازای $a=569\text{nm}$ برابر است با: $1354\text{ nm} < \lambda < 2032\text{ nm}$.

به منظور جداسازی سه فرکانس متفاوت، سه کاواک مختلف با شعاع ناراستی متفاوت در داخل ساختار پایه ایجاد شده‌اند. در کنار کاواک‌ها یک موجبر ورودی و سه موجبر خروجی با حذف تعداد کافی از دی‌الکتریک‌ها در جهت مناسب و داخل ساختار ایجاد شده است. ساختار نهایی دی‌مالتی‌پلکسر در شکل ۱ نشان داده شده است. با اعمال پالس نوری به ساختار و تعیین طیف طول موج خروجی ساختار، مشاهده می‌شود که ساختار طراحی شده برای دی‌مالتی‌پلکسر دارای سه مُد تشدید در طول موج های 1530nm ، 1540 و 1550nm بوده که به ترتیب معادل فرکانس‌های 196.1THz ، 194.8THz و 193.5THz است.



شکل ۱ ساختار نهایی دی‌مالتی‌پلکسر تمام نوری سه کاناله

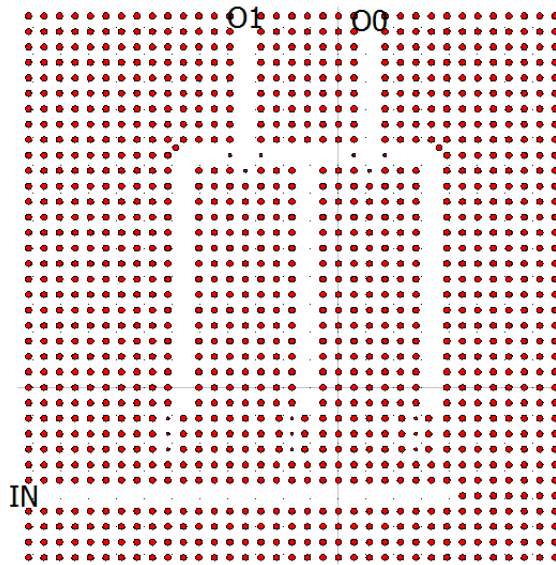
توزیع پرتوهای ورودی برای فرکانس‌های 192 THz ، 193.5 THz ، 194.8 THz و 196.1 THz در شکل ۲ نشان داده شده است، طبق این شکل برای فرکانس 192 THz هیچ یک از کانال‌های خروجی دی‌مالتی‌پلکسر فعال نمی‌شود و نور به هیچ یک از خروجی‌ها نمی‌رسد. ولی برای فرکانس‌های 193.5 THz ، 194.8 THz و 196.1 THz به ترتیب کانال‌های $C2$ ، $C1$ و $C3$ فعال شده و نور به خروجی‌های متناظر این کانال‌ها می‌رسد.



شکل ۲ توزیع موج های نوری برای فرکانس های (الف) 192 THz ، (ب) 193.5 THz ، (ج) 194.8 THz و (د) 196.1 THz داخل دی مالتی پلکسر ارائه شده.

۳. طراحی دی مدولاتور تمام نوری

برای طراحی دی مدولاتور مورد نظر، در ساختار دی مالتی پلکسر سه کاناله پیشنهادی تغییراتی صورت گرفته است؛ بدین ترتیب که سه پورت خروجی دی مالتی پلکسر سه کاناله به دو پورت ورودی برای دی مدولاتور تبدیل می شود که شکل ۳ ساختار نهایی آن را نشان می دهد.

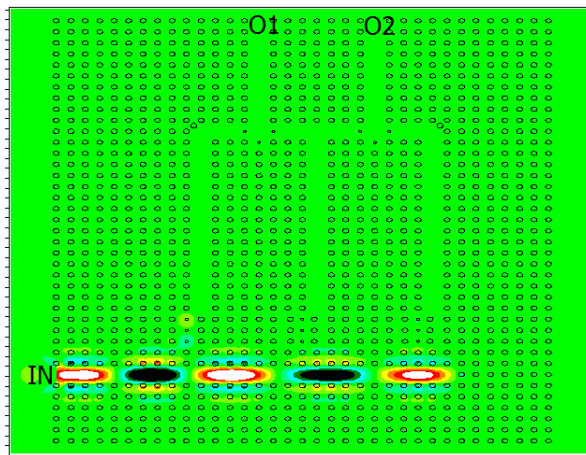


شکل ۳ ساختار دی مدولاتور تمام نوری ارائه شده.

در ادامه به بررسی رفتار نوری ساختار طراحی شده برای دی مدولاتور تمام نوری خواهیم پرداخت.

حالت اول:

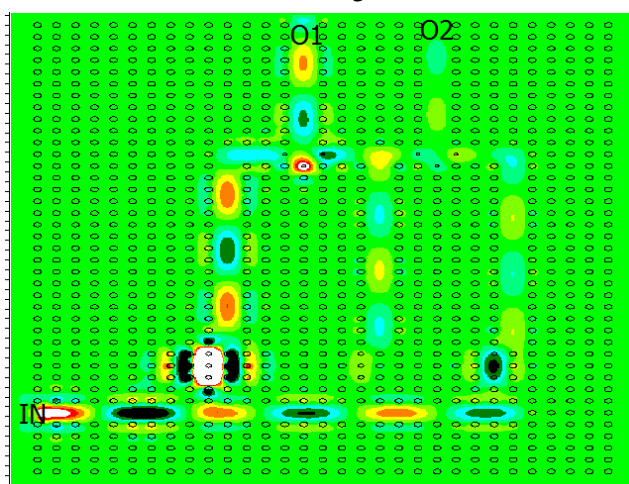
زمانی که فرکانس سیگنال ورودی برابر 192 THz است، هیچ یک از کاواک‌های تشدید نمی‌تواند موج نوری را به داخل موجبر متناسب با خود انتقال دهد. از این رو موج ورودی به هیچ یک از پورت‌های خروجی نخواهد رسید. در نتیجه وقتی که فرکانس ورودی برابر 192 THz است، کد دیجیتال ایجاد شده در خروجی برابر ۰۰ خواهد بود (شکل ۴).



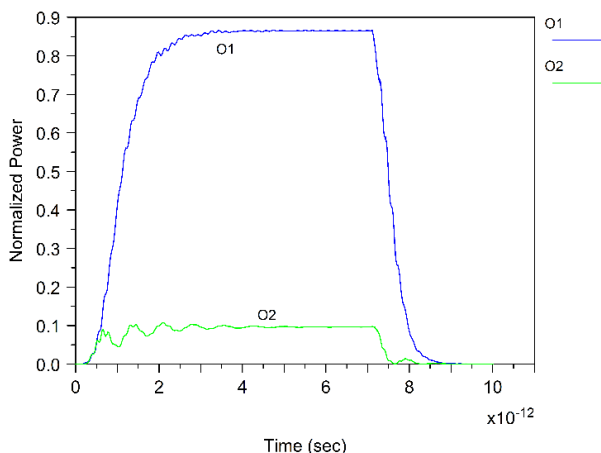
شکل ۴ رفتار نوری ساختار به ازای نور ورودی با فرکانس 192 THz

حالت دوم:

در این حالت نور ورودی دارای فرکانس 193.5 THz است و کاواک تشدید شماره یک (C#1) می‌تواند نور تابیده شده را به موجبر متناسب با خود منتقل کند. در نتیجه این نور می‌تواند به سمت خروجی O0 حرکت نماید، اما هیچ نوری در این حالت به سمت خروجی O1 نخواهد رسید. در نتیجه وقتی که فرکانس ورودی برابر 193.5 THz است، کد دیجیتال ایجاد شده در خروجی برابر ۰۱ خواهد بود. مقدار توان نرمالیزه در خروجی O1 و زمان صعود و نزول به ترتیب برابر ۸۹٪، 2.5 ps و 1 ps خواهد بود (شکل ۵).



(الف)

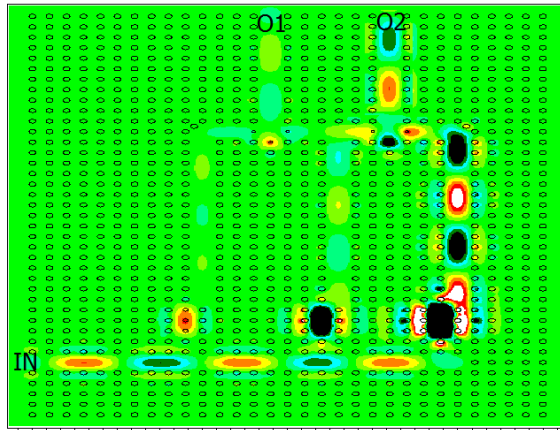


(ب)

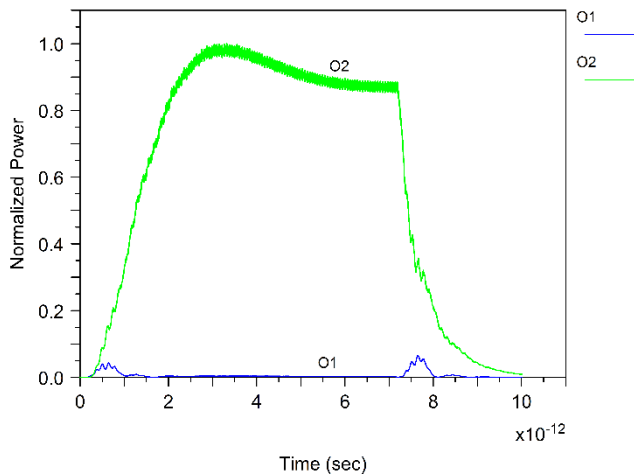
شکل ۵ (الف) رفتار نوری و (ب) پاسخ زمانی ساختار به ازای نور ورودی با فرکانس 193.5 THz

حالت سوم:

در این حالت نور ورودی دارای فرکانس 194.8 THz است و کاواک تشدید شماره دو (C#2) می تواند نور تابیده شده را به موجبر مربوطه ارسال نماید؛ در نتیجه این نور به سمت خروجی O2 حرکت کند. اما هیچ نوری در این حالت به سمت خروجی O0 نخواهد رفت. بنابراین در این فرکانس ورودی کد دیجیتال ایجاد شده در خروجی برابر ۱۰ خواهد بود. مقدار توان نرمالیزه در خروجی O2 و زمان صعود و نزول نیز به ترتیب برابر ۹۰٪، 3 ps و 1 ps خواهد بود (شکل ۶).



(الف)

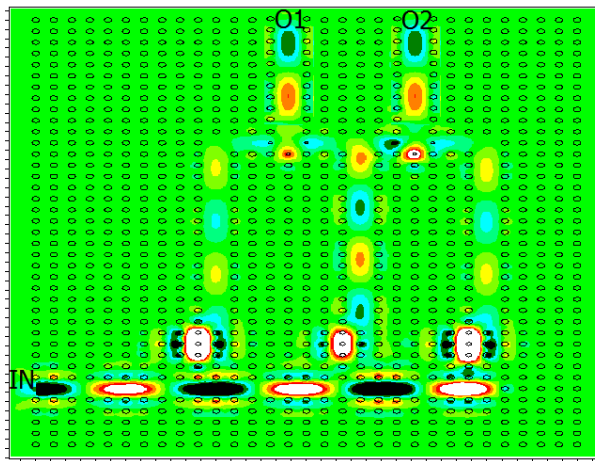


(ب)

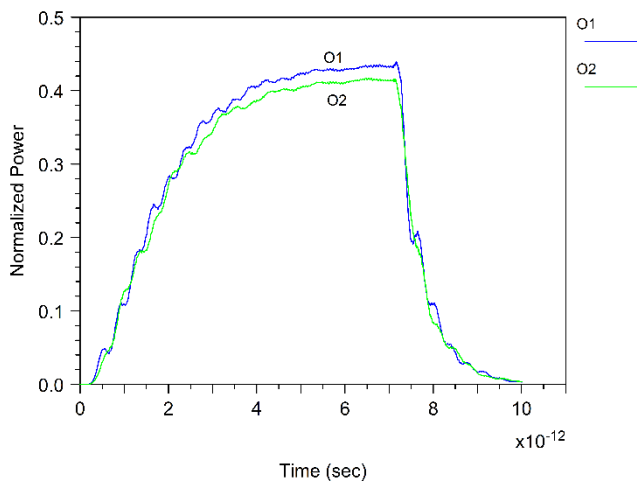
شکل ۶ (الف) رفتار نوری و (ب) پاسخ زمانی ساختار به ازای نور ورودی با فرکانس 194.8 THz

حالت چهارم:

در این حالت نور ورودی دارای فرکانس 196.1 THz است و کاواک تشدید شماره ۳ (C#3) می‌تواند نور رسیده از ورودی را به موجبر خروجی مطلوب خود انتقال دهد. در نتیجه این موج نوری به سمت پورت‌های خروجی O1 و O2 حرکت خواهد کرد. لذا وقتی که فرکانس ورودی برابر 196.1 THz است، کد دیجیتال ایجاد شده در خروجی برابر ۱۱ می‌شود. مقدار توان نرمالیزه در خروجی O1 و O2 و زمان صعود و نزول به ترتیب برابر ۴۴٪ و ۴۳٪، 4 ps و 1 ps خواهد بود (شکل ۷).



(الف)



(ب)

شکل ۷ (الف) رفتار نوری و (ب) پاسخ زمانی ساختار به ازای نور ورودی با فرکانس 196.1 THz

نتایج ارائه شده در این مقاله با تعدادی از ساختارهایی که عملکردی مشابه دی مدولاتور دارند، در جدول ۱ مقایسه شده است. این مقایسه نشان می دهد که زمان صعود و نزول در ساختار پیشنهادی در مقایسه با ساختارهای پیشین بهتر است.

جدول ۱ مقایسه نتایج ساختار پیشنهادی با ساختارهای مشابه پیشین

کار	ساختار	زمان صعود (ps)	زمان نزول (ps)	تعداد بیت
[۵]	دی مدولاتور FSK	۵	۲	۲
[۱۰]	مبدل آنالوگ به دیجیتال	۵	-	۲
[۸]	مبدل آنالوگ به دیجیتال	۵	-	۲
این کار	دی مدولاتور FSK	۴	۱	۲

۴. نتیجه گیری

با استفاده از کاواک های تشدید مبتنی بر بلور فوتونی یک ساختار دی مدولاتور کلیدزنی انتقال فرکانس تمام نوری طراحی و ارائه شده است. در طراحی این ساختار یک دی مالتی پلکسر پایه برای گسسته سازی فرکانس های مختلف به کار رفته است. مطابق نتایج شبیه سازی، ساختار پیشنهاد شده می تواند چهار گد دیجیتال دوتایی بر پایه فرکانس های سیگنال نور ورودی تولید کند. بنابراین این ساختار می تواند به عنوان یک دی مدولاتور انتقال فرکانس تمام نوری عمل کند. حداکثر زمان تأخیر ساختار مورد نظر 4 ps است.

منابع

- [1]Mehdzadeh F., and Alipour-Banaei H., Bandgap management in two-dimensional photonic crystal thue-morse structures, *J. Opt. Commun.* 34, 61-65 (2013). doi:10.1515/joc-2013-0007.
- [2]Wu Z., Xie K., and Yang H., Band gap properties of two-dimensional photonic crystals with rhombic lattice, *Opt. - Int. J. Light Electron Opt.* 123, 534-536 (2012). doi:10.1016/j.ijleo.2011.05.020.
- [3] Noori M., and Soroosh M., A comprehensive comparison of photonic band gap and self-collimation based 2D square array waveguides, *Opt. - Int. J. Light Electron Opt.* 126, 4775-4781 (2015). doi:10.1016/j.ijleo.2015.08.082.
- [4] Karimzadeh M., and Andalib A., All Optical BPSK Demodulator Using Photonic Crystal Based Coupled Waveguides, *J. Opt. Commun.* 0, 00. (2018).
- [5] Asghari-Govar A., Andalib A., Zavvari M., and Mohammadi P., A novel proposal for all optical FSK demodulator using photonic crystal based resonant cavities, *Optik (Stuttg)*. 203, 163953 (2020). doi:https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.163953.
- [6] Miao B., Chen C., Sharkway A., Shi S., and Prather D.W., Two bit optical analog-to-digital converter based on photonic crystals, *Opt. Express.* 14, 7966 (2006).

- doi:10.1364/OE.14.007966.
- [7] Youssefi B, Moravvej-Farshi M.K., and Granpayeh N, Two bit all-optical analog-to-digital converter based on nonlinear Kerr effect in 2D photonic crystals, *Opt. Commun.* 285,3228–3233 (2012). doi:10.1016/j.optcom.2012.02.081.
- [8] Mehdizadeh F., Soroosh M., Alipour-Banaei H., and Farshidi E., A Novel Proposal for All Optical Analog-to-Digital Converter Based on Photonic Crystal Structures, *IEEE Photonics J.* 9, 1–11 (2017). doi:10.1109/JPHOT.2017.2690362.
- [9] Mehdizadeh F., Soroosh M., Alipour-Banaei H., and Farshidi E., All optical 2-bit analog to digital converter using photonic crystal based cavities, *Opt. Quantum Electron.* 49 (2017) 38. doi:10.1007/s11082-016-0880-8.
- [10] Mehdizadeh F., Soroosh M., Alipour-Banaei H., and Farshidi E., Ultra-fast analog-to-digital converter based on a nonlinear triplexer and an optical coder with a photonic crystal structure, *Appl. Opt.* 56, 1799–1806 (2017). doi:10.1364/AO.56.001799.
- [11] Tavousi A., and Mansouri-Birjandi M.A., Optical-analog-to-digital conversion based on successive-like approximations in octagonal-shape photonic crystal ring resonators, *Superlattices Microstruct.* 114, 23–31 (2018). doi:10.1016/j.spmi.2017.11.021.
- [12] Hassangholizadeh-Kashtiban M., Alipour-Banaei H., Tavakoli M.B., and Sabbaghi-Nadooshan R., Creation of a fast optical Toffoli gate based on photonic crystal nonlinear ring resonators, *J. Comput. Electron.* 19, 1281–1287 (2020). doi:10.1007/s10825-020-01508-3.
- [13] Hassangholizadeh-Kashtiban M., Alipour-Banaei H., Tavakoli M.B., and Sabbaghi-Nadooshan R., All-optical Fredkin gate using photonic-crystal-based nonlinear cavities, *Appl. Opt.* 59, 635–641 (2020). doi:10.1364/AO.379613.
- [14] Hassangholizadeh-Kashtiban M., Alipour-Banaei H., Tavakoli M.B., and Sabbaghi-Nadooshan R., An ultra fast optical reversible gate based on electromagnetic scattering in nonlinear photonic crystal resonant cavities, *Opt. Mater. (Amst)*. 94, 371–377 (2019). doi:https://doi.org/10.1016/j.optmat.2019.06.014.
- [15] Alipour-Banaei H., Rabati M.G., Abdollahzadeh-Badelbou P., and Mehdizadeh F., Effect of self-collimated beams on the operation of photonic crystal decoders, *J. Electromagn. Waves Appl.* 30, 1440–1448 (2016). doi:10.1080/09205071.2016.1202785.
- [16] Mehdizadeh F., Alipour-Banaei H., and Serajmohammadi S., Design and simulation of all optical decoder based on nonlinear PhCRRs, *Opt.-Int. J. Light Electron Opt.* 156, 701–706 (2018). doi:https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2017.12.011.
- [17] Khosravi S., and Zavvari M., Design and analysis of integrated all-optical 2×4 decoder based on 2D photonic crystals, *Photonic Netw. Commun.* 35, 122–128 (2018). doi:10.1007/s11107-017-0724-x.
- [18] Alipour-Banaei H., Rabati M.G., Abdollahzadeh-Badelbou P., and Mehdizadeh F., Application of self-collimated beams to realization of all optical photonic crystal encoder, *Phys. E Low-Dimensional Syst. Nanostructures.* 75, 77–85 (2016). doi:10.1016/j.physe.2015.08.011.
- [19] Gholamnejad S., and Zavvari M., Design and analysis of all-optical 4--2 binary encoder based on photonic crystal, *Opt. Quantum Electron.* 49, 302 (2017). doi:10.1007/s11082-017-1144-y.
- [20] Moniem T.A., All-optical digital 4×2 encoder based on 2D photonic crystal ring resonators, *J. Mod. Opt.* 63, 735–741 (2016). doi:10.1080/09500340.2015.1094580.
- [21] Rahmani A., and Mehdizadeh F., Application of nonlinear PhCRRs in realizing all optical half-adder, *Opt. Quantum Electron.* 50, 30 (2017). doi:10.1007/s11082-017-1301-3.
- [22] Serajmohammadi S., Alipour-Banaei H., and Mehdizadeh F., Proposal for realizing an all-optical half adder based on photonic crystals, *Appl. Opt.* 57, 1617 (2018). doi:10.1364/ao.57.001617.
- [23] Jalali P., and Andalib A., Application of nonlinear PhC-based resonant cavities for

- realizing all optical Galois Filed adder, *Optik(Stuttg)*.180,498-504(2019). doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2018.11.125>.
- [24] Vali-Nasab A.-M., Mir A., and Talebzadeh R., Design and simulation of an all optical full-adder based on photonic crystals, *Opt. Quantum Electron.* 51, 161 (2019).doi:10.1007/s11082-019-1881-1.
- [25] Jalali-Azizpoo M.R., Soroosh R, M, and Seifi-Kavian Y., Application of self-collimated beams in realizing all-optical photonic crystal-based half-adder, *Photonic Netw. Commun.*36, 344-349 (2018). doi:10.1007/s11107-018-0786-4.
- [26] Askarian A., Akbarizadeh G., and Fartash M., A novel proposal for all optical half-subtractor based on photonic crystals, *Opt. Quantum Electron.* 51, 264 (2019). doi:10.1007/s11082-019-1978-6.
- [27] Askarian A., Akbarizadeh G., and Fartash M., All-optical half-subtractor based on photonic crystals, *Appl. Opt.* 58, 5931 (2019). doi:10.1364/AO.58.005931.
- [28] Moradi R., All optical half subtractor using photonic crystal based nonlinear ring resonators, *Opt. Quantum Electron.* 51, 1-9 (2019). doi:10.1007/s11082-019-1831-y.
- [29] Serajmohammadi S., Alipour-Banaei H., and Mehdizadeh F., A novel proposal for all optical 1-bit comparator using nonlinear PhCRRs, *Photonics Nanostructures - Fundam. Appl.* 34, 19-23 (2019). doi:10.1016/j.photonics.2019.01.002.
- [30] Zhu L., Mehdizadeh F., and Talebzadeh R., Application of photonic-crystal-based nonlinear ring resonators for realizing an all-optical comparator, *Appl. Opt.* 58, 8316-8321. (2019) doi:10.1364/AO.58.008316.
- [31] Surendar A., Asghari M., and Mehdizadeh F., A novel proposal for all-optical 1-bit comparator using nonlinear PhCRRs, *Photonic Netw. Commun.* 38, 244-249 (2019). doi:10.1007/s11107-019-00853-z.
- [32] Zhao T., Asghari M., and Mehdizadeh F., An All-Optical Digital 2-to-1 Multiplexer Using Photonic Crystal-Based Nonlinear Ring Resonators, *J. Electron. Mater.* 48, 2482-2486 (2019). doi:10.1007/s11664-019-06947-8.

Abstracts of Papers

Research Paper

Design and Simulation of All Optical Frequency Shift Keying Demodulator by Using Photonic Crystal based Resonant Cavities¹

Akram Asghari-Govar² and Alireza Andalib*³

Received: 2021.03.28

Revised: 2021.05.04

Accepted: 2021.08.12

Abstract

Using all optical devices for implementing all optical communication networks is very important. By using all optical frequency shift keying demodulators one can generate binary codes from the frequency of optical waves. In this paper a novel structure has been proposed for designing photonic crystal based all optical frequency shift keying demodulator. Three resonant cavities with different resonant modes were used for the frequency selecting section. In order to separate three different resonant modes, the radius of the defect rods used inside the cavities was chosen with different size. The simulation results show the proposed structure can generate four binary codes according to the frequency of the input optical waves. Therefore the final structure can work as an all optical frequency shift keying demodulator which can generate 00, 01, 10 and 11 codes at the output ports. The maximum delay time of the proposed structure is 4 ps.

Keywords: *Photonic Crystals, Demodulator, Resonant Cavity, Delay Time.*

¹ DOI: 10.22051/IJAP.2021.35417.1199

² Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Ahar Branch, Islamic Azad University, East Azarbaijan, Ahar, Iran. Email: a.asghari@iau-ahar.ac.ir

³ Associate Professor, Department of Electrical Engineering, Tabriz Branch, Islamic Azad University, East Azarbaijan, Tabriz, Iran. Email: andalib@iaut.ac.ir

Research Paper

Investigation of Electronic and Structure Properties of MgB_2 Superconductor by Ab-initio Method¹

Hamdollah Salehi^{*2} and Ali Ahmadi³

Received: 2020.03.08

Revised: 2020.09.10

Accepted: 2020.10.21

Abstract

The structural of MgB_2 such as lattice constant, volume modulus, volume modulus derivative and compressibility of different degrees have been calculated. The calculations have been performed using a Full Potential-Linearized Augmented Plane Wave (FP-LAPW) method in the framework of Density Functional Theory (DFT) with various Approximation. The results show that the linear compressibility in direction of c is about twice the compressibility in direction of a . In addition, the electronic properties of the compound, including the structure of the energy bands, the density of the states, and the types of bonds in the MgB_2 Superconductivity have been studied. The results of a double degeneracy above the Fermi level show that it plays an important role in the superconducting property. According to energy bands, it has been determined that the lattice parameters have a large effect on the σ band of boron atoms. The results predict that the constant increase of the lattice along the c -axis has an increase in the density of states at the Fermi level. The results express this fact that the calculation using by GGA has the better agreements with the other theoretical and experimental approximations.

Keywords: MgB_2 , FP-LAPW, Density Functional Theory, GGA, Bulk Module, Density of State, Band Gap.

¹ DOI: 10.22051/IJAP.2021.30623.1158

² Associate Professor, Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. (Corresponding Author). Email: salehi_h@scu.ac.ir

³ M. Sc. Graduated, Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran. Email: salehihamid@yahoo.com

Research Paper

Soliton Solution of Nonlinear Schrodinger Equation in the Presence of a Minimal Observable Length¹

Behrooz Khosropour²

Received: 2021.03.08

Revised: 2021.06.11

Accepted: 2021.08.12

Abstract

The unification between the theory of general relativity and the standard model of particle physics predicts the existence of a minimal measurable length on the order of the Planck length. Nowadays phenomenological studies of field theory in the presence of a minimal observable distance are extensively performed. The existence of a minimal measurable length leads to the generalized uncertainty principle (GUP). In this work, we obtain at first the angular wave frequency in the presence of a minimal observable length by considering the generalized uncertainty principle. Then, by expanding the generalized angular wave frequency, the nonlinear Schrodinger equation is found. Also, the soliton solution of the generalized nonlinear Schrodinger equation is obtained. In the limit $\beta \rightarrow 0$, the soliton solution in generalized space becomes the same as usual soliton solution. The value of minimal observable length is considered about $10^{-20}m$.

Keywords: *Minimal Measurable Length, Generalized Uncertainty Principle, Nonlinear Schrodinger Equation, Soliton.*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2021.35381.1197

² Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of science, Salman Farsi University of Kazerun, Kazerun, Fars, Iran. Email: b_khosropour@kazerunsfu.ac.ir

Research Paper

The Effect of Plasma Flow on the Longitudinal Standing Waves in Magnetic Flux Tubes with a Perturbation Approach¹

Karam Bahari²

Received: 2021.05.16

Revised: 2021.07.15

Accepted: 2021.08.11

Abstract

In this paper, the standing magnetohydrodynamic slow waves in the magnetic flux tubes are investigated under coronal conditions. The temperature and equilibrium plasma density of the tube is assumed to be homogeneous and constant and the compressive viscosity is considered as the damping mechanism. Also, the plasma flow is considered in the flux tube. Assuming that the damping rate to be much smaller than the oscillation frequency of the waves, the perturbation method is used to solve the problem. The oscillation frequency and the eigenfunctions are found from the first-order perturbation while the damping rate is determined from the second-order perturbation. To increase the flow speed makes the oscillation frequency decreases and the damping rate increases. Also, increasing each of the flow speed and background temperature of the tube, decreases the ratio of the damping time to the oscillation period. But this ratio increases due to the increasing the length of the tube. The results found here are consistent with the theoretical results obtained earlier. Also, the obtained results can justify some observational cases.

Keywords: *Solar Corona, Magnetic Fields, Oscillations.*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2021.36119.1212

² Assistant Professor, Physics Department, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: karam.bahari@gmail.com

Research Paper

Solution of the Dirac Equation for Pseudo-Hermitian Hamiltonian and Energy-levels Crossing¹

Zahra Bakhshi^{*2}, Fereshte Soleimani³ and Sare Khoshdooni⁴

Received: 2021.04.13

Revised: 2021.06.24

Accepted: 2021.08.12

Abstract

In this paper, the relativistic Dirac equation in one dimension is investigated for a particle in an external electromagnetic field, with the property of position-dependent effective mass approximation (*PDEM*), in the absence of vector potential. By removing the lower spinor component and combining the pair of equations, a Schrödinger-like equation is obtained for the upper spinor component. Using canonical transformations and introducing two first-order Hermitian and anti-Hermitian differential operators, a formalism for pseudo-hermitic Hamiltonians with parity-time reversal symmetry (*PT*) has been obtained. Comparing the equation derived from pseudo-Hermitian Hamiltonian with the non-relativistic Schrödinger equation leads to a general formalism for one-dimensional solvable imaginary non-Hermitian potentials with real energy spectra. Also, using this process, the complex potentials of Pöschl-Teller and Scarf II with real energy spectra in Dirac equation with *PDEM* approximation and *PT* symmetry have been investigated and their application has been expressed. For some particular parameters we will see the phenomenon of energy-levels crossing. In fact, it means that energy levels disappear from the spectrum. Also, for the mentioned examples, potential figures are drawn.

Keywords: *Dirac Equation; Schrödinger Equation; Imaginary Potential; Pseudo-Hermitian Hamiltonian.*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2021.35731.1203

² Assistant Professor, Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahed University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). Email: z.bakhshi@shahed.ac.ir

³ M. Sc. Student, Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahed University, Tehran, Iran. Email: sn.fereshte1991@gmail.com

⁴ M. Sc. Student, Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahed University, Tehran, Iran. Email: sare.khoshdooni@gmail.com

Research Paper

Simulation of Neutron Absorption of an Aluminum-base Composite Containing Boron Carbide Particles¹

Zahra Safaei², Mohsen Asadi Asadabad^{3*}, Reza Amini Najafabadi⁴ and Javad Mokhtari⁵

Received: 2021.05.11

Revised: 2021.07.13

Accepted: 2021.08.11

Abstract

The use of metal matrix composites can provide a combination of desirable properties of metals as well as the special physical properties of neutron absorber reinforcing particles such as boron carbide, which alone may be brittle. Therefore, in the present study on neutron attenuation power of composite shielding, several Al-B₄C composite samples with weight fractions of 5, 10 and 20% B₄C have been used. In order to investigate the neutron absorption properties of the studied samples, the MCNP Monte Carlo code and the neutron source of the dry channel of the MNSR reactor with a flux of 2.13×10^5 n.cm⁻².s⁻¹ have been used, which provided in nominal reactor power of 30 kW. The results show that the neutron flux in the presence of 5, 10 and 20% boron carbide samples is predicted to be 1.32×10^5 n.cm⁻².s⁻¹, 1.12×10^5 n.cm⁻².s⁻¹ and 1.07×10^5 n.cm⁻².s⁻¹, respectively. With this increase in the percentage of reinforcement phase, neutron flux is reduced down to 50%.

Keywords: *Boron carbide, Composite shielding, Neutron absorption, Simulation, Nuclear protection.*

¹ DOI: 10.22051/ijap.2021.36082.1210

² M. Sc. Graduated, Department of Metallurgy and Materials Engineering, Golpayegan, Isfahan, Iran.
Email: zsafaei212@yahoo.com

³ Associate Professor, Nuclear Science and Technology Research Institute, Isfahan, Iran.
(Corresponding Author) Email: msasadi@aeoi.org.ir

⁴ Assistant Professor, Department of Metallurgy and Materials Engineering, Golpayegan, Isfahan, Iran.
Email: ramini33@yahoo.com

⁵ Assistant Professor, Nuclear Science and Technology Research Institute, Isfahan, Iran. Email: jmokhtari34@gmail.com

Contents

Simulation of Neutron Absorption of an Aluminum-base Composite Containing Boron Carbide Particles	7-14
Zahra Safaee, Mohsen Asadi Asadabad, Reza Amini Najafabadi and Javad Mokhtari	
Solution of the Dirac Equation for Pseudo-Hermitian Hamiltonian and Energy-levels Crossing	15-31
Zahra Bakhshi, Fereshte Soleimani and Sare Khoshdooni	
The Effect of Plasma Flow on the Longitudinal Standing Waves in Magnetic Flux Tubes with a Perturbation Approach	32-46
Karam Bahari	
Soliton Solution of Nonlinear Schrodinger Equation in the Presence of a Minimal Observable Length	47-57
Behrouz Khosropour	
Investigation of Electronic and Structure Properties of <i>MgB2</i> Superconductor by Ab-initio Method	58-69
Hamdollah Salehi and Ali Ahmadi	
Design and Simulation of All Optical Frequency Shift Keying Demodulator by Using Photonic Crystal based Resonant Cavities	70-82
Akram Asghari-Govar and Alireza Andalib	
Abstracts of Papers in English	IX-XV

Waves and Shock Absorption, *Proceeding of 12th International Seminar on Polymer Science and Technology*, Islamic Azad University, Tehran, 2-5 November, 2016.

- **Thesis**

- Doddapaneni V., *The Polymer-Based Nanocomposites for Electrical Switching Applications*, PhD Thesis, School of Engineering Sciences, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2017.

- **Patent**

- Chin D.A. and Irvin D.J., Actuator Device Utilizing a Conductive Polymer Gel, *US Pat.6,685,442*, 2004.

- **Website**

- Mauritz K., Sol-gel, <http://www.psrc.usm.edu/mauritz/solgel.htm>, Available in 13 February 2005.

- **Standards**

- Standard Test Method for Solidification Point of BPA, Annual Book of ASTM Standard, **06.04**, D 4493-94, 2000.

1. The article should be provided in Farsi (Persian) and in Microsoft Word with maximum 20 A4 pages.
2. The main text of the article should be set with the B Zar font/size 12 pt.
3. The title of the article should be inserted with a Bold B Zar font/size 16 pt and the names of the authors of the article with a B Zar font/size 12 pt.
4. The English abstract should be prepared with Times New Roman font/size 12 pt.
5. The line separating is 1.5 and all pages are numbered accordingly.
6. Margins are selected 2.5cm from each side of the paper.
7. The manuscript doesn't exceed 20 pages.
8. Keywords (3 to 5 items) are provided at the ends of Persian and English abstracts.

Figures and tables: ensure that each figure is numbered properly and any illustration has a caption below the figure. Please, submit tables as editable text and not as images. Prepare a concise and descriptive caption for each table with a proper number above the table.

References

Please, ensure that every reference, which is cited in the text, is also present in the reference list. The standard reference style of the references is described below.

References are written at the end of the manuscript with Times New Roman. Some examples are:

- **Book**

- Crano J.C. and Guglielmetti R.J., *Organic Photochromic and Thermochromic Compounds: Main Photochromic Families*, 1st ed. Kluwer Academic, Boston, **1**, 1-9, 2002.

- *Industrial Biofouling: Detection, Prevention and Control*, Walker J., Surman S. and Jass J. (Eds.), John Wiley and Sons, New York, 57-63, 2000.

- **Article**

- Keyvan Rad J., Mahdavian A.R., Salehi-Mobarakeh H., and Abdollahi A., FRET Phenomenon in Photoreversible Dual-Color Fluorescent Polymeric Nanoparticles Based on Azocarbazole/Spiropyran Derivatives, *Macromolecules*, **49**, 141-152, 2016.

- **Proceedings**

- Khoubi-Arani Z. and Mohammadi N., Thermodynamically Controlled Assemblies of Hard/Soft Polymeric Nanoparticles for Mechanical

Guide for Authors

Ensure that the following items are present:

One author has been assigned as the corresponding author with contact details: Email address, full personal address.

All necessary files have been uploaded: the manuscript must be prepared in Microsoft office word format.

All authors' information, especially their affiliations, are provided in Persian and English.

Ethics in publishing

IJAP subscribes to the principles of ethical publishing statements. The publication of an article in a peer-reviewed journal is a direct reflection of the quality of work of the author(s) and the institutions that support them. It is therefore important to agree upon standards of expected ethical behavior for all participants in the activity of publishing. Below you will find the major ethical policies useful for author(s).

- The manuscript should not be published elsewhere unless in the form of a short report, an abstract or a lecture.
- It must not be submitted in another journal simultaneously.
- Authors avoid submitting the accepted manuscript to another Persian scientific journal. (MSRT permits the double publication of a Persian published manuscript in another language, provided that the published paper is cited clearly and mentioned in acknowledgement.)
- Authors should disclose any conflict of interest.
- All sources of financial support for the work should be disclosed.
- Authors should ensure that they have critical contribution in the reported work and that any contribution in the manuscript have been considered properly.
- Authors are expected to consider carefully the list of authors and their order before submitting their manuscript. Any addition, deletion or rearrangement of authors' names after acceptance of the manuscript is impossible.

Article structure

Manuscript should be prepared as described below.

Language

The manuscript should be prepared in Persian. The abstract and author name and affiliation must be written in Persian and English separately.

Typesetting



IRANIAN JOURNAL OF APPLIED PHYSICS

Volume 11, Serial No. 25, Quarterly, Summer 2021

Alzahra University – Vice Chancellery for Research

Director in Charge: S. Shoari Nejad, Associate Professor, Alzahra University

Editor in Chief: A. Shafiekhani, Professor, Alzahra University

Editorial Board

D. Dorrnian, Plasma Physics, Professor, Islamic Azad University

M. Fattahi, Geophysics, Associate Professor, Tehran University

T. Kakavand, Nuclear Physics, Professor, Imam Khomeini International University

E. Mohajerani, Physics of Photonic, Professor, Shahid Beheshti University

A. Morteza Ali, Condensed Matter Physics, Professor, Alzahra University

M.R. Rohani, Plasma physics, Associate Professor, Alzahra University

Shafiekhahni, Nanophysics, Professor, Alzahra University

F. Shahshahani, Physics of Laser, Associate Professor, Alzahra University

F. Shojaei Baghini, Gravitational Physics, Professor, Tehran University

T. Vazifehshenas, Condensed Matter Physics, Associate Professor, Shahid Beheshti University

Publisher: **Alzahra University – Vice Chancellery for Research**

Executive Director: **M. Amirykhah**

Editor: **M.R. Sarkardei**

Page Designer: **Maryam Amirykhah**

Publication Frequency: **Quarterly**

Address: Alzahra University - Vice Chancellery for Research, Vanak, Tehran, Iran.
1993893973

Email: aujap@alzahra.ac.ir

E-ISSN 2783-1051

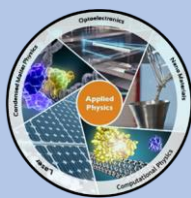
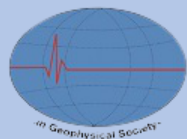
In the Name of God



Alzahra University

**Iranian Journal
of Applied Physics**

Summer 2021, Vol 11, Number 25



IRANIAN JOURNAL OF APPLIED PHYSICS

Volume 11/ Serial No. 25/ Quarterly/ Summer 2021

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <p>Simulation of Neutron Absorption of an Aluminum-base Composite Containing Boron Carbide Particles
Zahra Safaee, Mohsen Asadi Asadabad, Reza Amini Najafabadi and Javad Mokhtari</p> | 7-14 |
| <p>Solution of the Dirac Equation for Pseudo-Hermitian Hamiltonian and Energy-levels Crossing
Zahra Bakhshi, Fereshte Soleimani and Sare Khoshdooni</p> | 15-31 |
| <p>The Effect of Plasma Flow on the Longitudinal Standing Waves in Magnetic Flux Tubes with a Perturbation Approach
Karam Bahari</p> | 32-46 |
| <p>Soliton Solution of Nonlinear Schrodinger Equation in the Presence of a Minimal Observable Length
Behrouz Khosropour</p> | 47-57 |
| <p>Investigation of Electronic and Structure Properties of <i>MgB2</i> Superconductor by Ab-initio Method
Hamdollah Salehi and Ali Ahmadi</p> | 58-69 |
| <p>Design and Simulation of All Optical Frequency Shift Keying Demodulator by Using Photonic Crystal based Resonant Cavities
Akram Asghari-Govar and Alireza Andalib</p> | 70-82 |
| <p>Abstracts of Papers in English</p> | IX-XV |